

UNIVERSITAT
JAUME I

Departament
d'Enginyeria
Mecànica i
Construcció

1.3 MODELADO MEDIANTE CURVAS

Pedro Company

Introducción

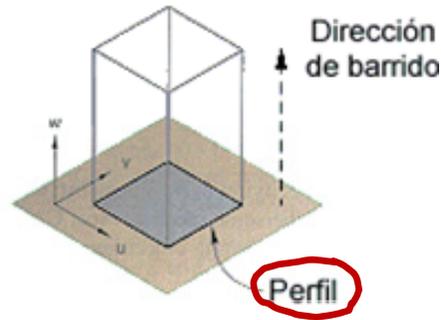
Introducción

C. Analíticas

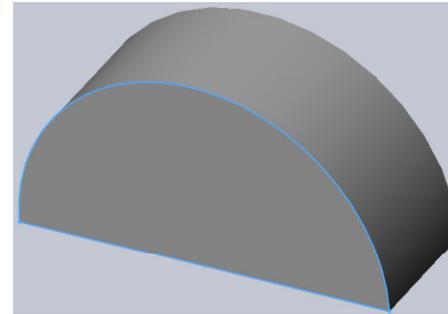
C. Libres

C. en perfiles

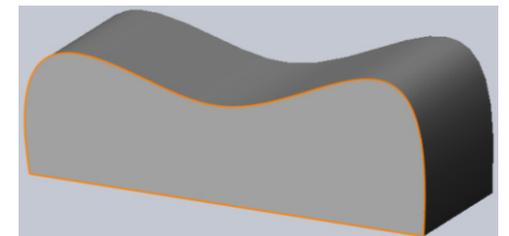
El modelado mediante barrido requiere generar perfiles



Dichos perfiles pueden contener **formas curvas**

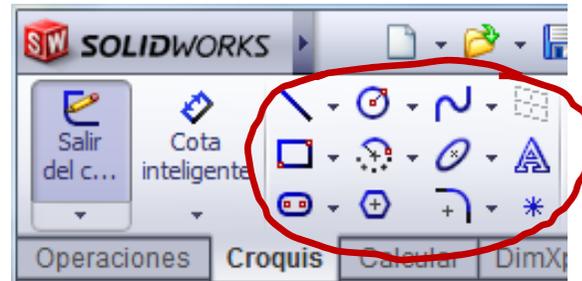


Se pueden obtener formas complejas mediante **curvas libres o sintéticas**



Introducción

Las curvas están pre-definidas en el menú de dibujo



Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. en perfiles

Hay dos tipos de curvas:

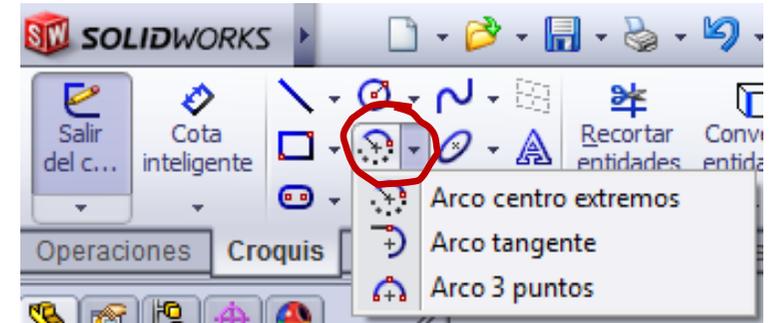
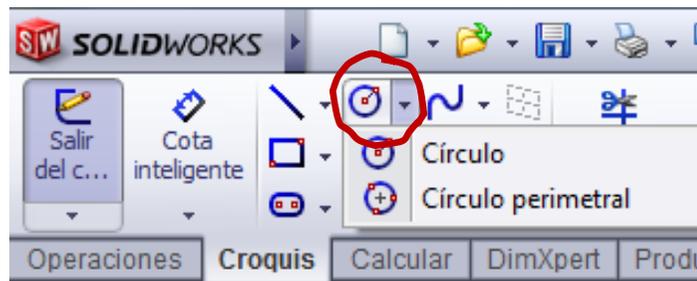
1 Analíticas

2 Libres

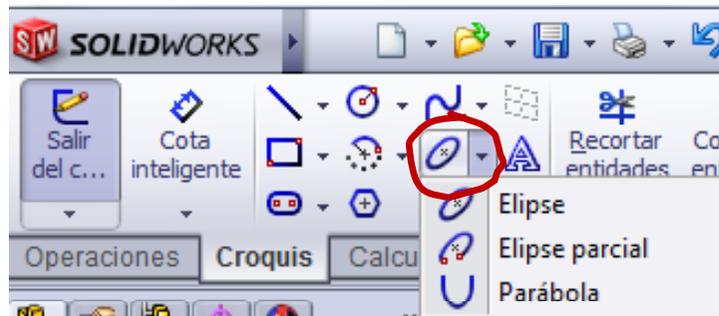
Curvas analíticas

↑ Las curvas analíticas pre-definidas son:

✓ Circunferencia



✓ Otras cónicas



Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. en perfiles

Curvas libres

2 Las **curvas libres o sintéticas** se definen mediante un conjunto de características que determinan la naturaleza de la curva pero no fijan todos sus grados de libertad

Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

C. paramétricas

C. compuestas

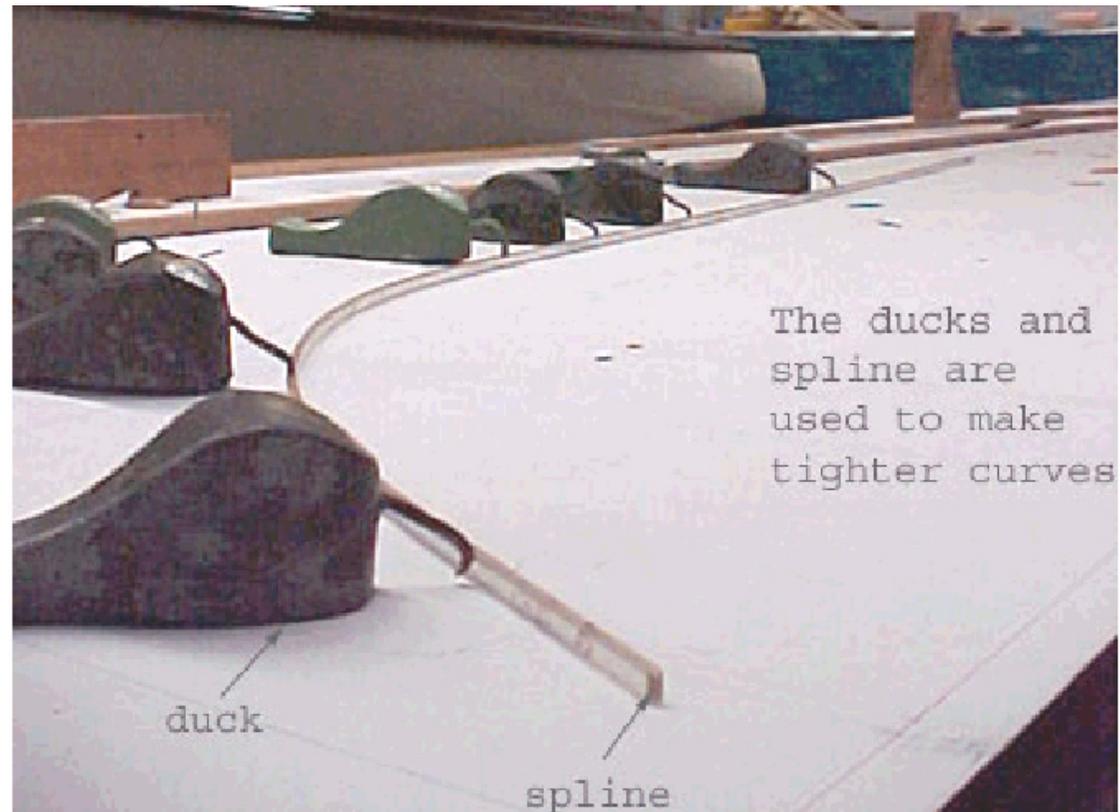
Clasificación

Splines SW

C. en perfiles

Tradicionalmente se generaban con “splines” (varillas) y “ducks” (pesos):

- ✓ El “spline” garantiza la suavidad de la curva
- ✓ Los “ducks” garantizan el control (puntos de paso)



www.abm.org

Curvas polinómicas

Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

C. paramétricas

C. compuestas

Clasificación

Splines SW

C. en perfiles

Para formular las curvas descritas,
se usan **polinomios**

Cada función paramétrica
de las que describen a la curva
se expresa mediante
un polinomio,
o una combinación de polinomios

$$x(t) = \sum_{i=0}^n a_i t^i$$
$$y(t) = \sum_{i=0}^n b_i t^i$$

Motivos:

- ✓ Se ajustan a muchas formas
- ✓ Son relativamente fáciles de calcular

¡Evaluar sumas y multiplicaciones es más rápido que calcular cocientes, potencias o funciones trigonométricas!

Curvas paramétricas

Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

C. paramétricas

C. compuestas

Clasificación

Splines SW

C. en perfiles

Las curvas se denominan **paramétricas** porque los parámetros de los polinomios se convierten en los parámetros de control

$$x(t) = \sum_{i=0}^n a_i t^i$$
$$y(t) = \sum_{i=0}^n b_i t^i$$

Para que tengan utilidad práctica se debe:

- ✓ Reformular los polinomios para que los parámetros tengan significado geométrico
- ✓ Descomponer las curvas en cadenas de curvas simples

Es decir, “trocear” las curvas

Curvas paramétricas

Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

C. paramétricas

C. compuestas

Clasificación

Splines SW

C. en perfiles

Ejemplo de reformulación de polinomios:

La formulación paramétrica de la parábola es:

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{a}t^2 + \mathbf{b}t + \mathbf{c},$$

Donde \mathbf{a} , \mathbf{b} y \mathbf{c} son vectores de coeficientes, y $\mathbf{f}(t)$ es un vector función $\mathbf{f}(t) = (\mathbf{x}(t) \ \mathbf{y}(t))$

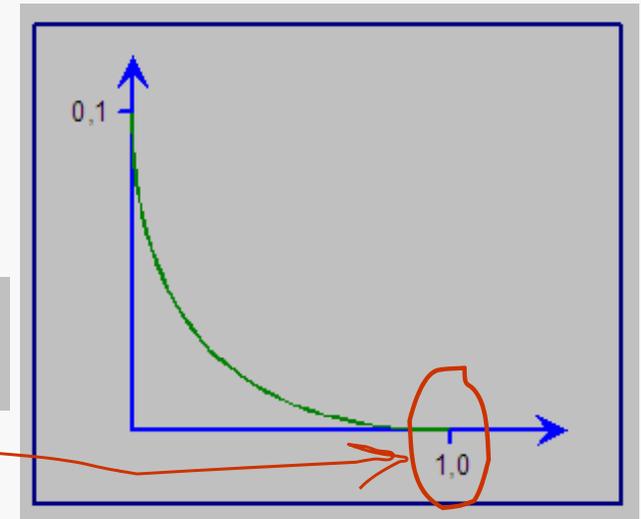
El caso particular de la figura sería:

$$\mathbf{f}(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} t^2 + \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Se puede reescribir como:

$$\mathbf{f}(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} (1-t)^2 + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} 2t(1-t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} t^2.$$

Donde los coeficientes se han convertido en **puntos de control**



Las curvas buenas para el diseñador son las que se han reformulado con parámetros sencillos e intuitivos

Curvas compuestas

Las curvas complejas se descomponen en cadenas de curvas más simples

Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

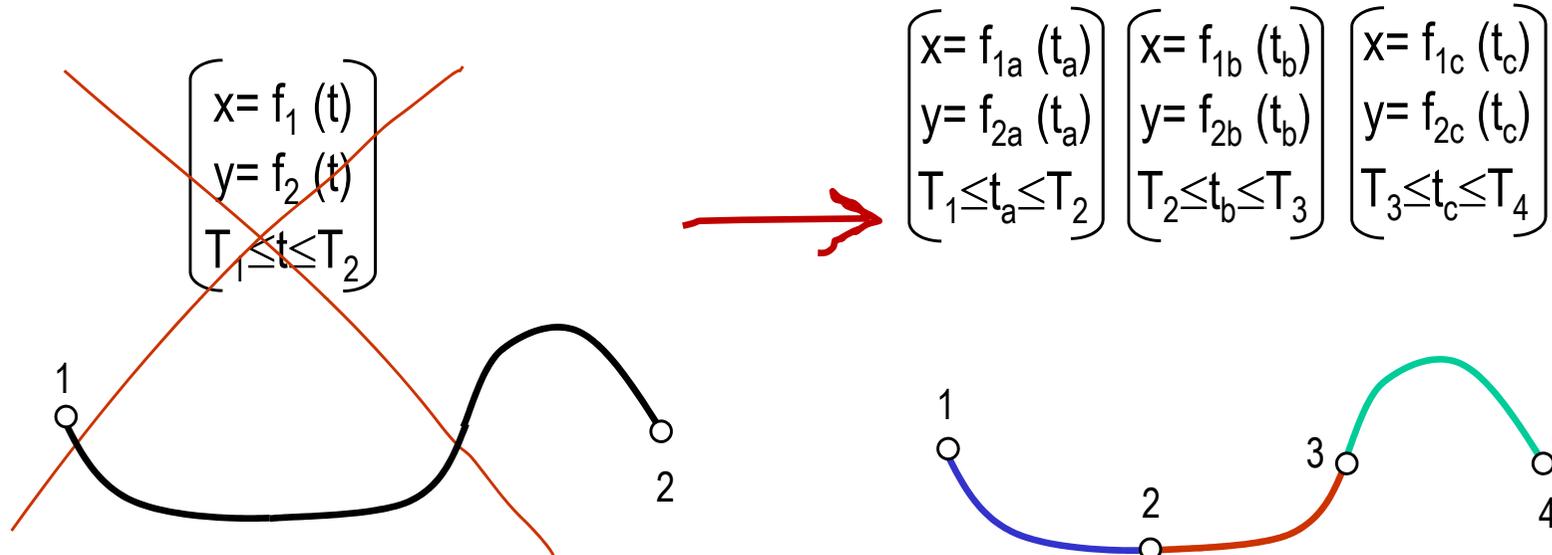
C. paramétricas

C. compuestas

Clasificación

Splines SW

C. en perfiles



Un **spline** es una curva compuesta por un conjunto de curvas polinómicas encadenadas

Curvas compuestas

Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

C. paramétricas

C. compuestas

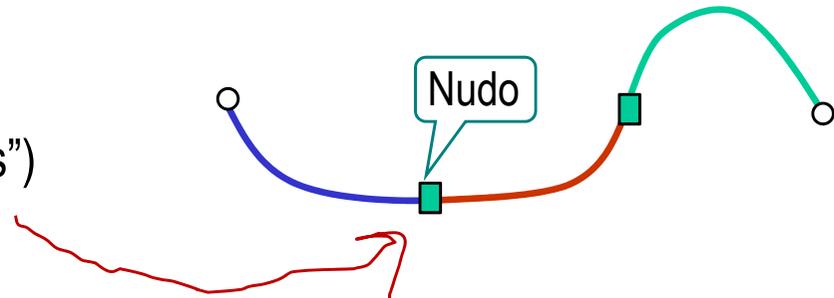
Clasificación

Splines SW

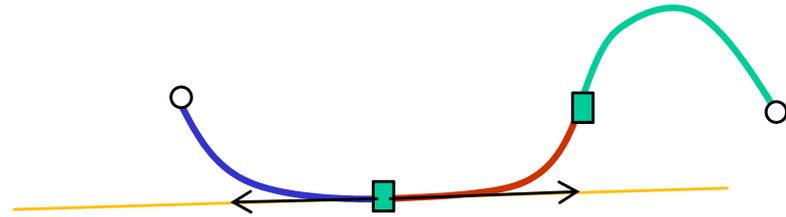
C. en perfiles

Las principales características de un **spline** son:

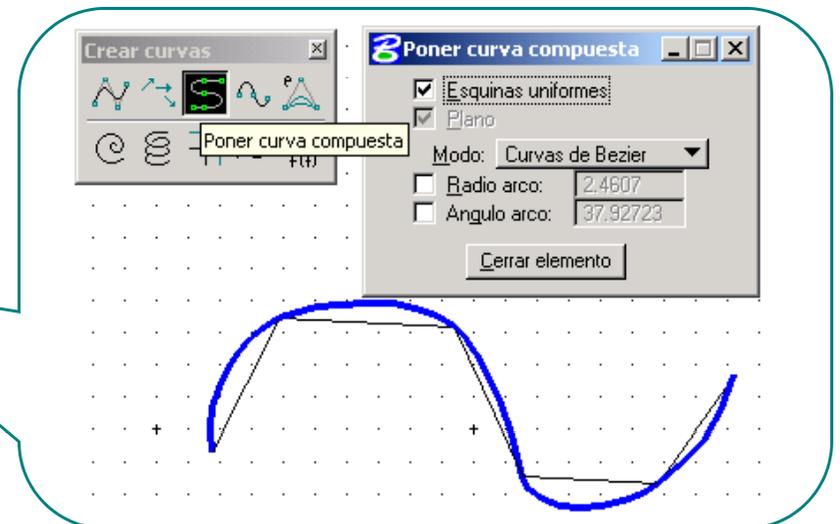
✓ Los puntos de conexión se denominan **nudos** ("knots")



✓ Se exigen condiciones de continuidad en los nudos



✓ Las curvas simples de la cadena pueden ser del mismo o de diferente tipo



Curvas compuestas

Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

C. paramétricas

C. compuestas

Clasificación

Splines SW

C. en perfiles

Hay dos tipos principales de curvas spline:

✓ **Uniforme**
si la separación entre nudos es constante

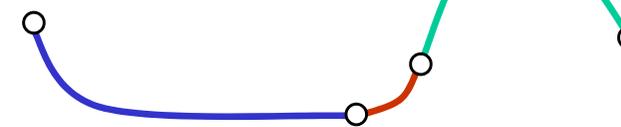
¡El usuario **no** puede mover los nudos!



$$|T_1, T_2| = |T_2, T_3| = |T_3, T_4|$$

✓ **No uniforme**
si la separación entre nudos es desigual

¡El usuario **si** puede mover los nudos!



$$|T_1, T_2| \neq |T_2, T_3| \neq |T_3, T_4|$$



Las curvas no uniformes
le dan al diseñador mejor control local de cada tramo

Clasificación de las curvas paramétricas

Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

C. paramétricas

C. compuestas

Clasificación

Splines SW

C. en perfiles

Las curvas paramétricas polinómicas se pueden clasificar según dos criterios:

1

Según la **complejidad**
de los polinomios

2

Según las **conexiones**
entre la curva y los elementos de control

Clasificación de las curvas paramétricas

Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

C. paramétricas

C. compuestas

Clasificación

Splines SW

C. en perfiles

1 Un polinomio es una función de la forma:

$$f(t) = a_n t^n + \dots + a_2 t^2 + a_1 t + a_0$$

La **complejidad** de la función queda determinada por uno de los siguientes parámetros:

✓ n es el **grado** del polinomio

$$f(t) = a_1 t + a_0$$

Lineal

$$f(t) = a_2 t^2 + a_1 t + a_0$$

Cuadrático

$$f(t) = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0$$

Cúbico

✓ el **orden** del polinomio es el número de coeficientes que tiene

$$\text{orden} = \text{grado} + 1$$

Clasificación de las curvas paramétricas



¡Elegir el orden apropiado es importante!

Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

C. paramétricas

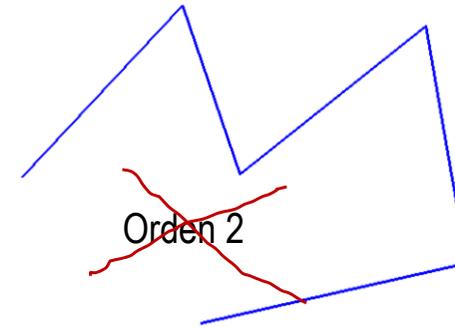
C. compuestas

Clasificación

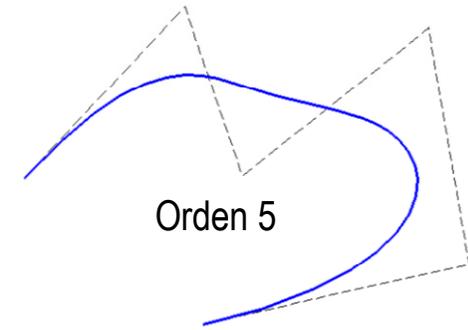
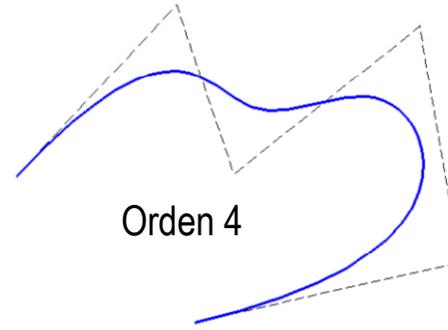
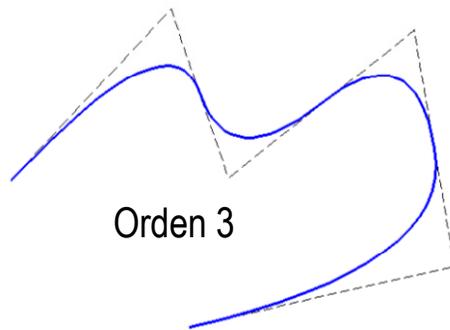
Splines SW

C. en perfiles

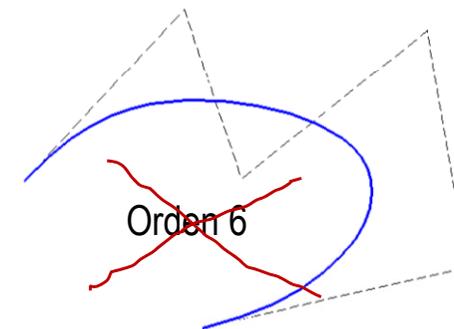
X Los polinomios de orden bajo definen curvas con muy poca flexibilidad



✓ A efectos prácticos, nos podemos limitar al orden tres, cuatro o cinco



X Los polinomios de orden elevado suelen requerir más esfuerzo de cálculo y producen curvas poco intuitivas



Clasificación de las curvas paramétricas

Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

C. paramétricas

C. compuestas

Clasificación

Splines SW

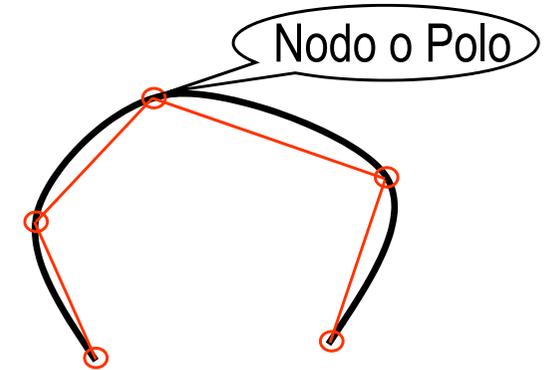
C. en perfiles

2

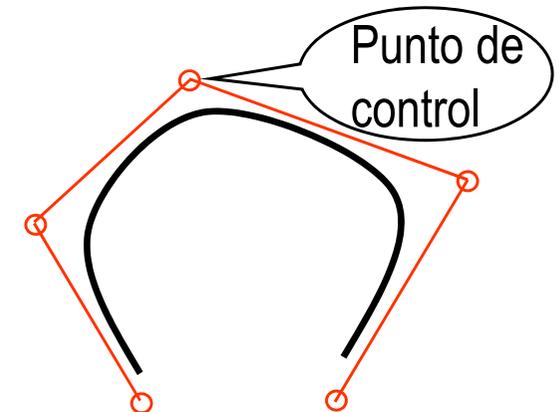
Hay tres tipos de **conexión** entre la curva y los puntos que la definen:



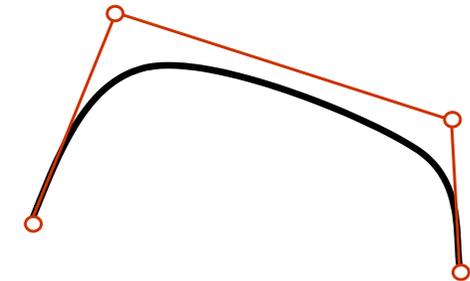
En las curvas **interpoladas** los puntos **pertenecen** a la curva (son “puntos de paso”, nodos o polos de la curva)



En las curvas **ajustadas** los puntos **no pertenecen** a la curva (son puntos de control)



También hay **soluciones mixtas**, que interpolan algunos puntos y ajustan otros



Clasificación de las curvas paramétricas

Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

C. paramétricas

C. compuestas

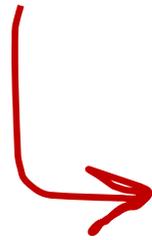
Clasificación

Splines SW

C. en perfiles

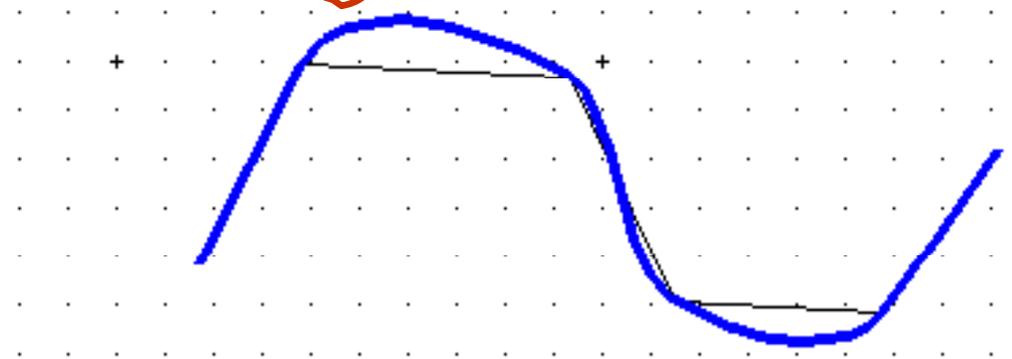


Las curvas **interpoladas** fueron las primeras en desarrollarse



Siguen siendo una solución sencilla y práctica para interpolar curvas a partir de un conjunto de puntos conocidos

Encontramos curvas de interpolación simples en muchas aplicaciones CAD



Clasificación de las curvas paramétricas

Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

C. paramétricas

C. compuestas

Clasificación

Splines SW

C. en perfiles



Las curvas **ajustadas** tienen inconvenientes y ventajas, respecto a las interpoladas

Sus principales **inconvenientes** son:

- ✗ Son menos intuitivas, porque la curva no pasa por los puntos dados
- ✗ Son más complejas que las interpoladas, porque utilizan más elementos de control

Sus principales **ventajas** son:

- ✓ Permiten modelar formas mucho más complejas
- ✓ Permiten más control sobre las modificaciones posteriores

Clasificación de las curvas paramétricas

Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

C. paramétricas

C. compuestas

Clasificación

Splines SW

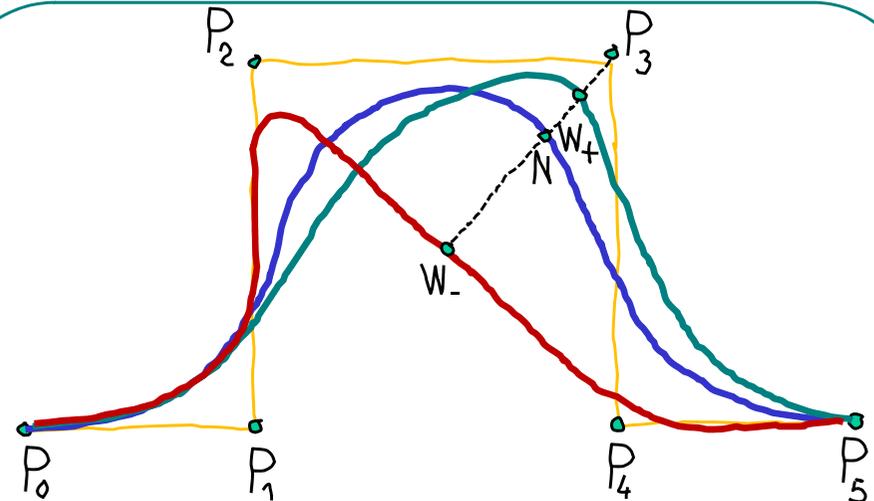
C. en perfiles

Los **pesos** son unos parámetros asociados a los puntos de control

Son coeficientes de ponderación que controla la "atracción" de los puntos de control a la curva

✓ Asignando el mismo peso a todos los puntos de control, la curva se comporta como si no hubiera pesos

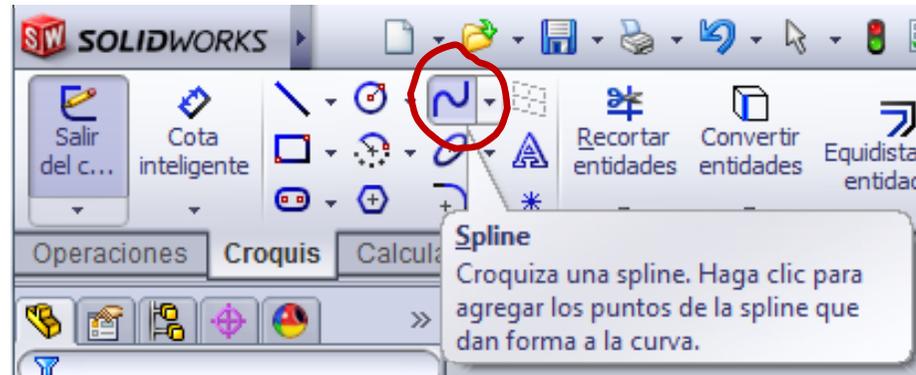
✓ Modificando cada peso se puede conseguir que la curva pase más cerca o más lejos del punto correspondiente



La curva azul tiene un peso neutro en P_3
La curva roja tiene un peso negativo en P_3
La curva verde tiene un peso positivo en P_3

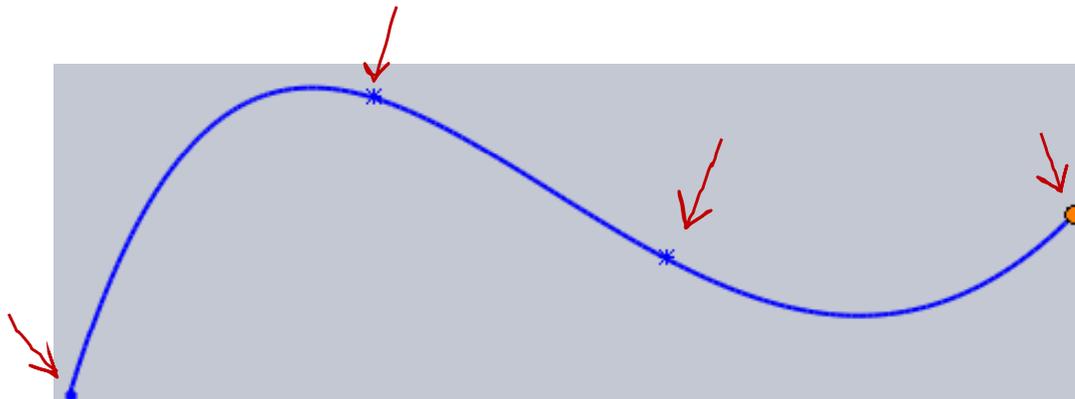
Splines en SolidWorks

Las curvas libres en SolidWorks se denominan splines:



Son una mezcla de curvas interpoladas y ajustadas

Se crean definiendo nodos, como si fueran curvas interpoladas:



Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

C. paramétricas

C. compuestas

Clasificación

Splines SW

C. en perfiles

Splines en SolidWorks

Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

C. paramétricas

C. compuestas

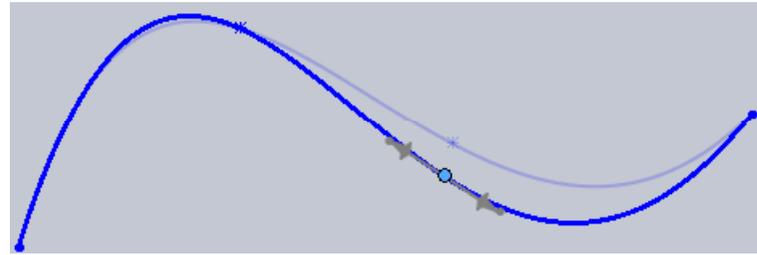
Clasificación

Splines SW

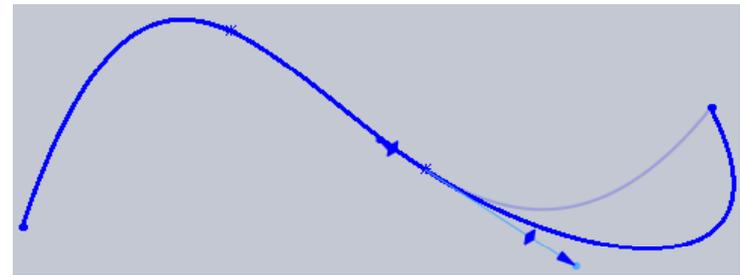
C. en perfiles

La edición se limita a:

✓ Mover los nodos

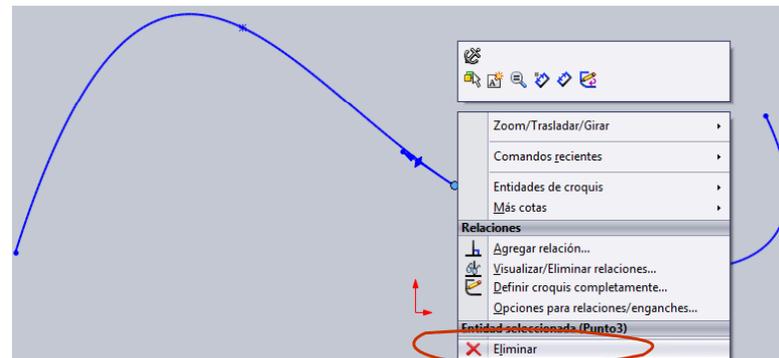


✓ Modificar las tangentes



La edición más avanzada permite:

✓ Quitar nodos



Splines en SolidWorks



Pero el spline se puede comportar también como una curva **ajustada**:

Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

C. paramétricas

C. compuestas

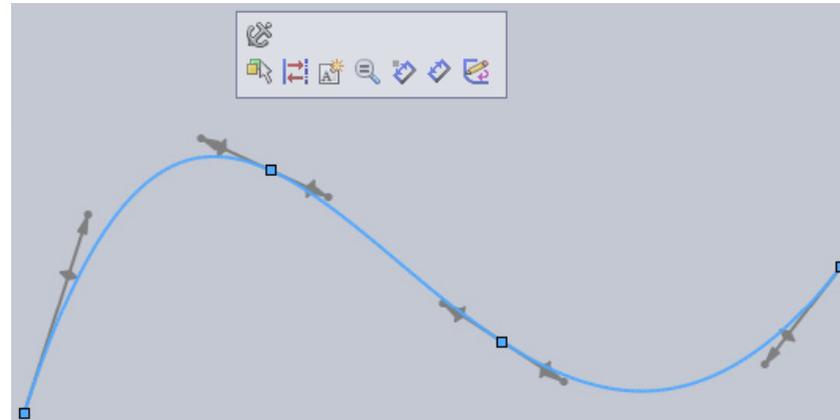
Clasificación

Splines SW

C. en perfiles

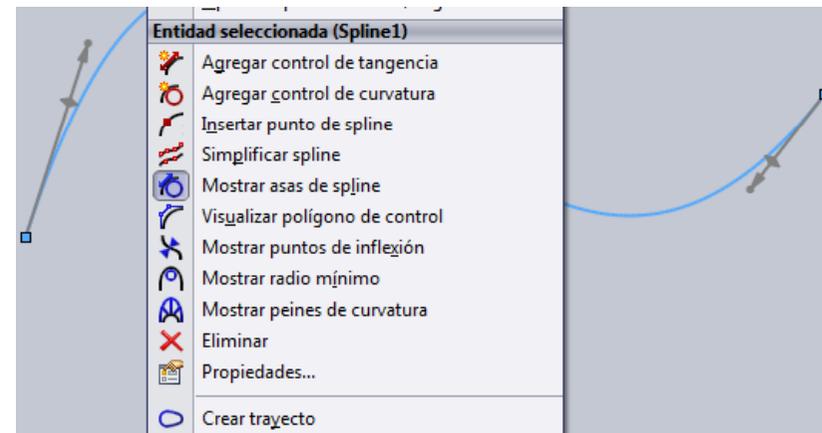
Se selecciona el spline

Poniendo el cursor sobre la curva y pulsando el botón izquierdo



Se obtiene el menú contextual

Pulsando el botón derecho



Splines en SolidWorks

Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

C. paramétricas

C. compuestas

Clasificación

Splines SW

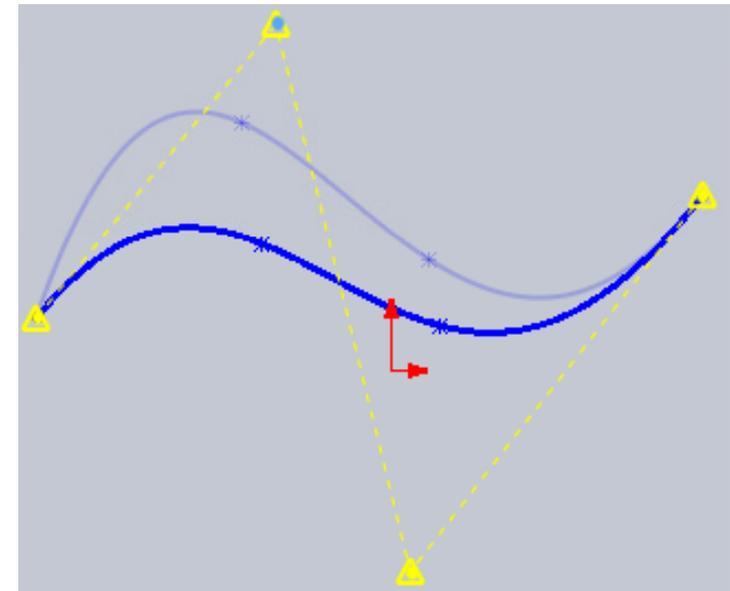
C. en perfiles

Se selecciona



Visualizar polígono de control

y se pueden modificar los puntos de control



Splines en SolidWorks

Introducción

C. Analíticas

C. Libres

C. polinómicas

C. paramétricas

C. compuestas

Clasificación

Splines SW

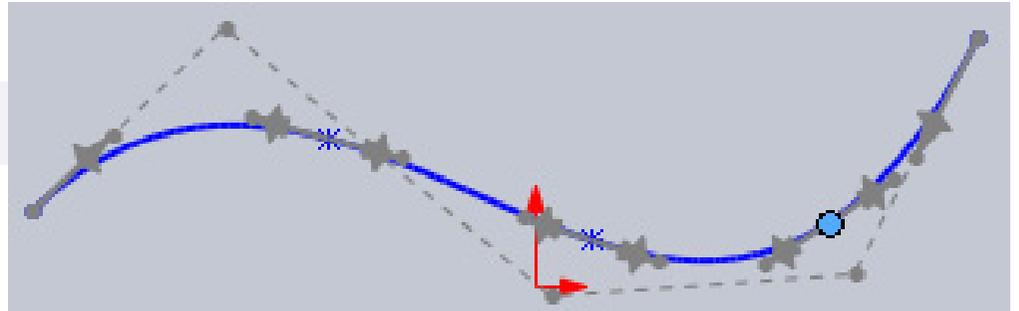
C. en perfiles

Se selecciona



Insertar punto de spline

y se pueden añadir puntos de control

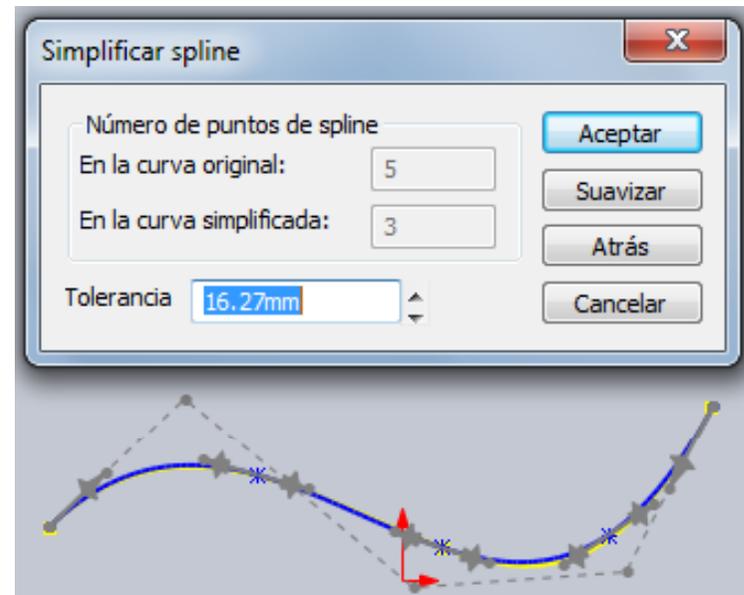


Se selecciona



Simplificar spline

y se pueden eliminar puntos de control



Perfiles con curvas

Introducción

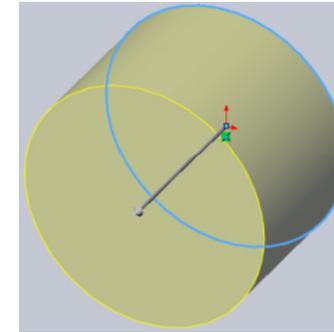
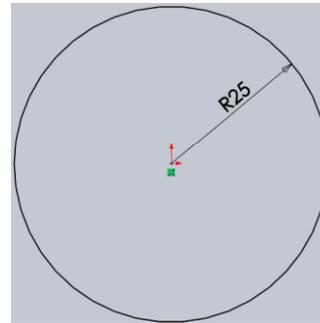
C. Analíticas

C. Libres

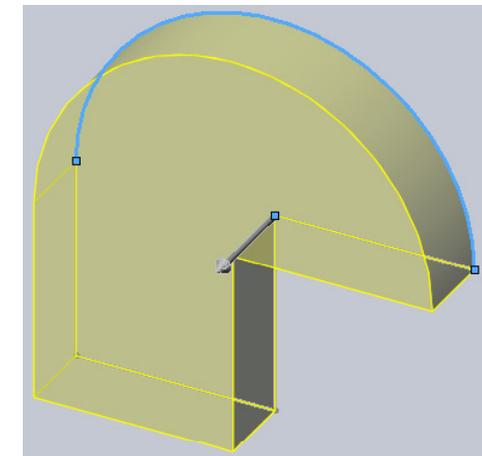
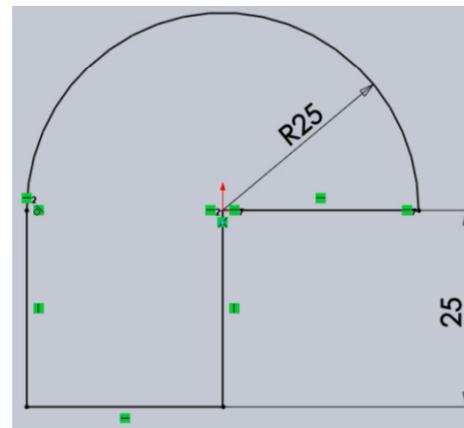
C. en perfiles

Las curvas pueden utilizarse en los perfiles igual que cualquier otro elemento geométrico

✓ Pueden utilizarse solas



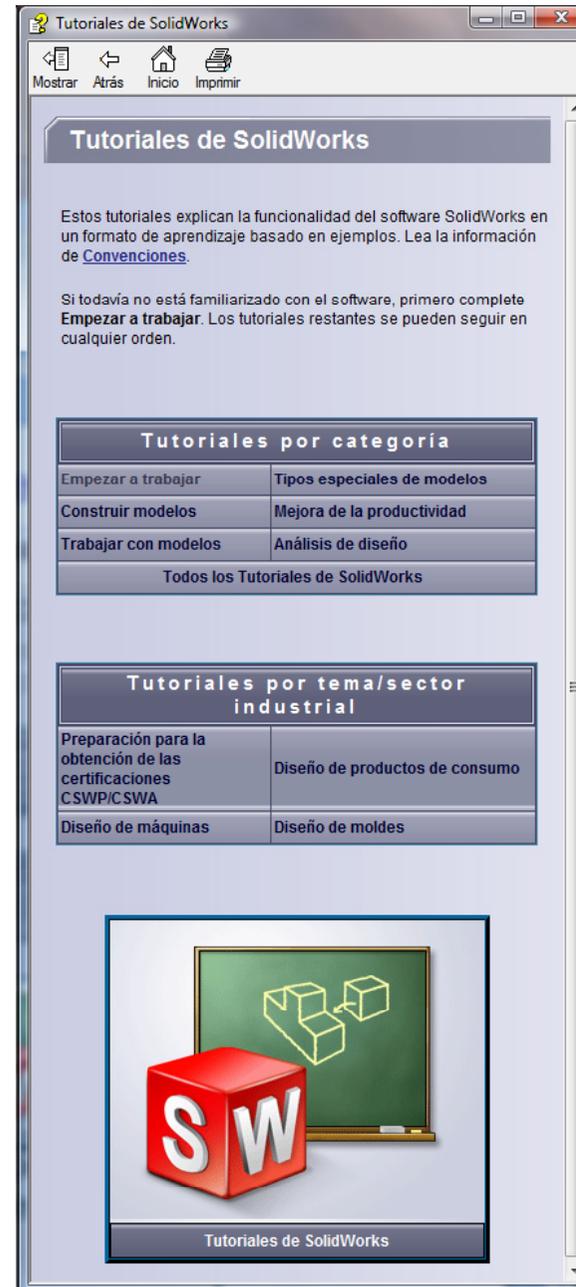
✓ Pueden combinarse con otras líneas



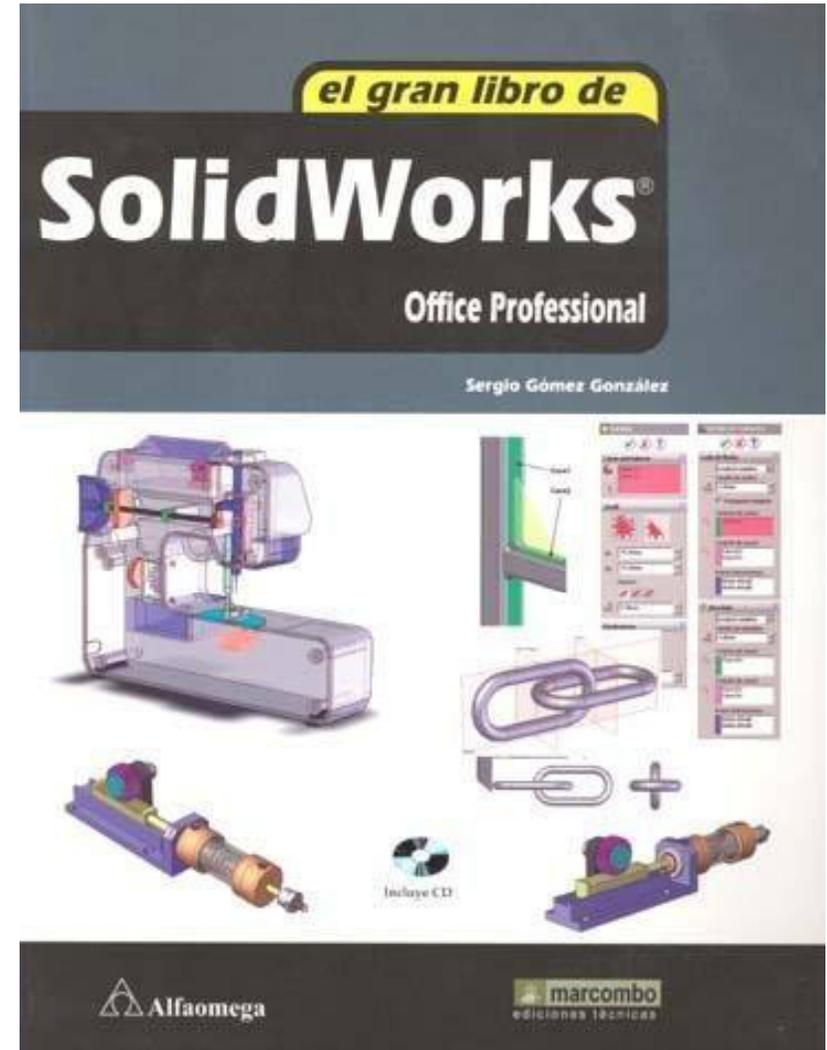
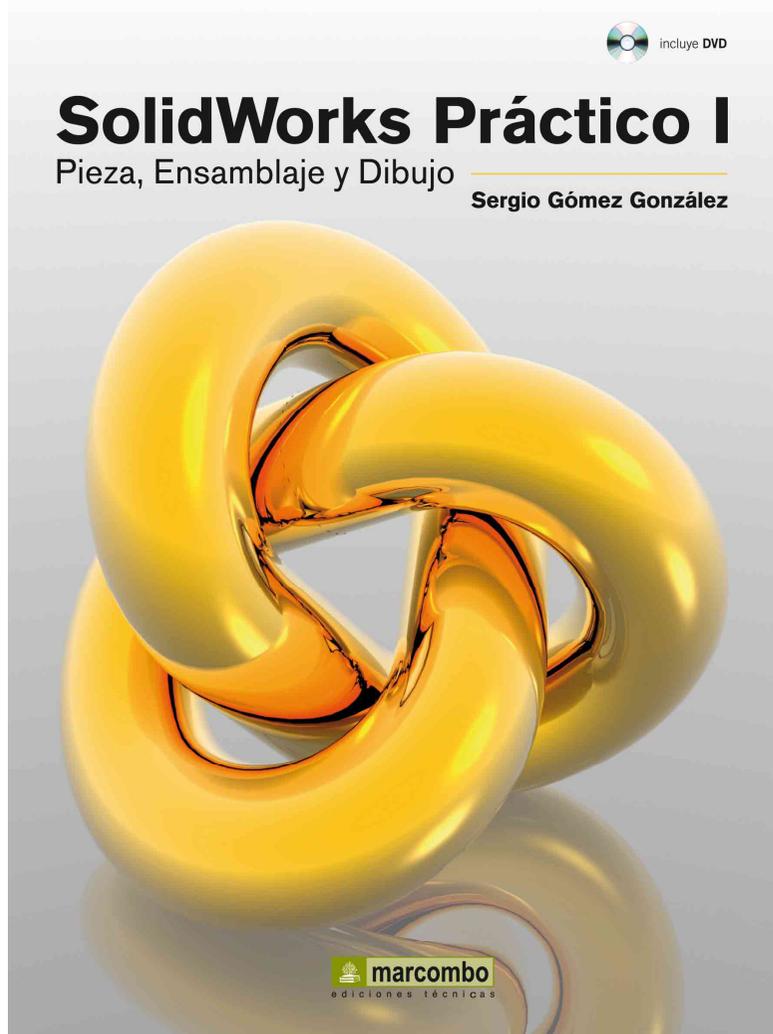
Para repasar

¡Cada aplicación CAD tiene sus propias peculiaridades para el proceso de modelado!

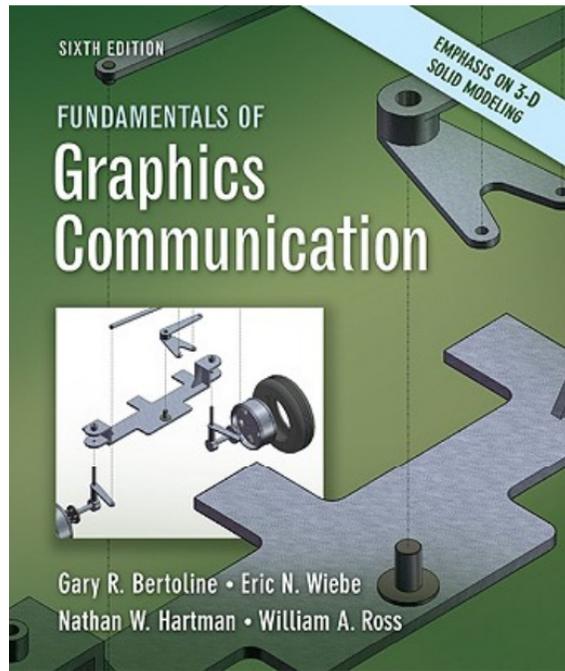
¡Hay que estudiar el manual de la aplicación que se quiere utilizar!



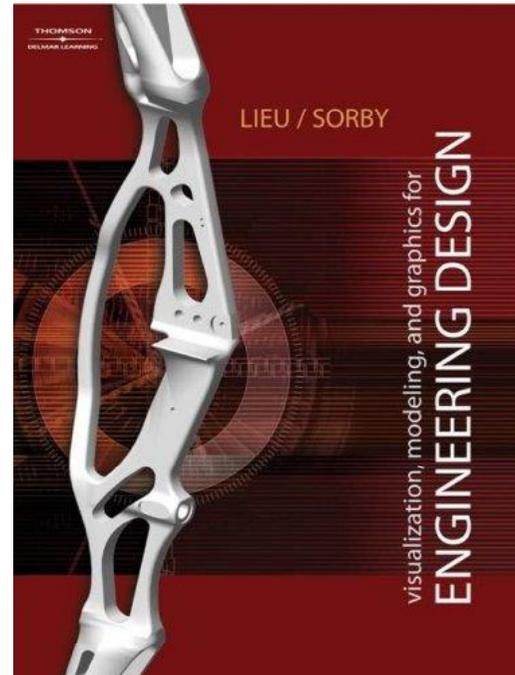
Para repasar



Para repasar



Capítulo 4: Modeling Fundamentals



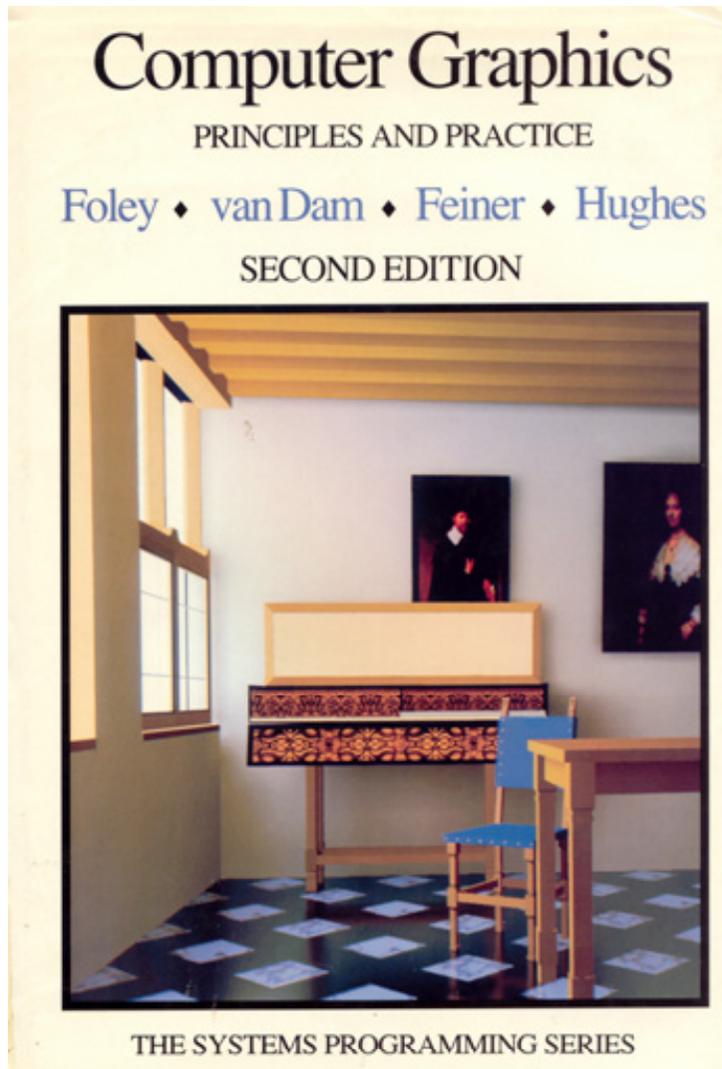
Capítulo 6: Solid Modeling



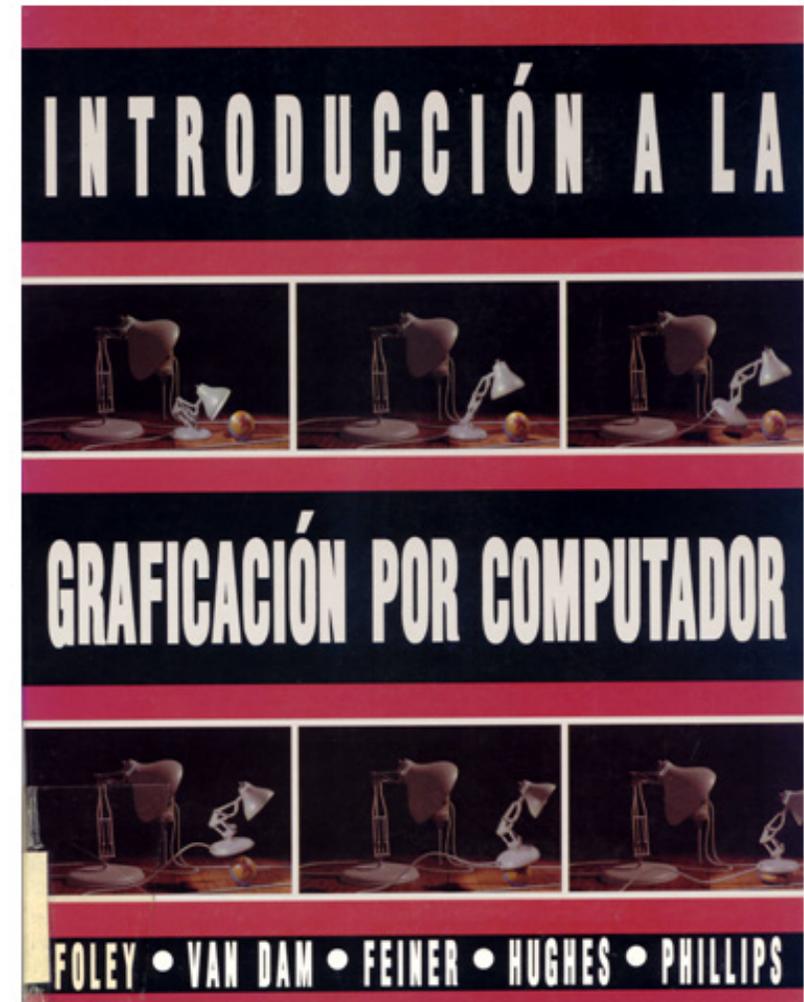
La modelazione di parti in SolidWorks

Para repasar

Capítulo 11: Representing curves and surfaces



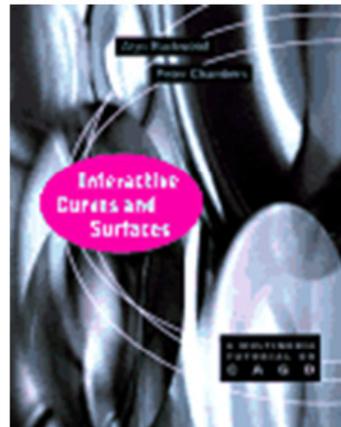
Capítulo 9: Representación de curvas y superficies



Para repasar

¡Cualquier buen libro de CADG!

El CADG (Diseño Geométrico Asistido por Computador) se dedica al estudio y definición de métodos para la generación de curvas complejas.

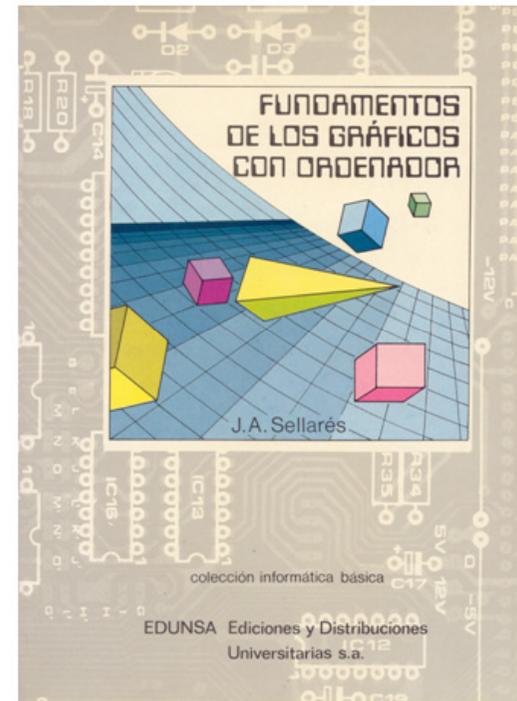


Interactive
Curves and Surfaces
A Multimedia Tutorial on CAGD

Alyn Rockwood

Peter Chambers

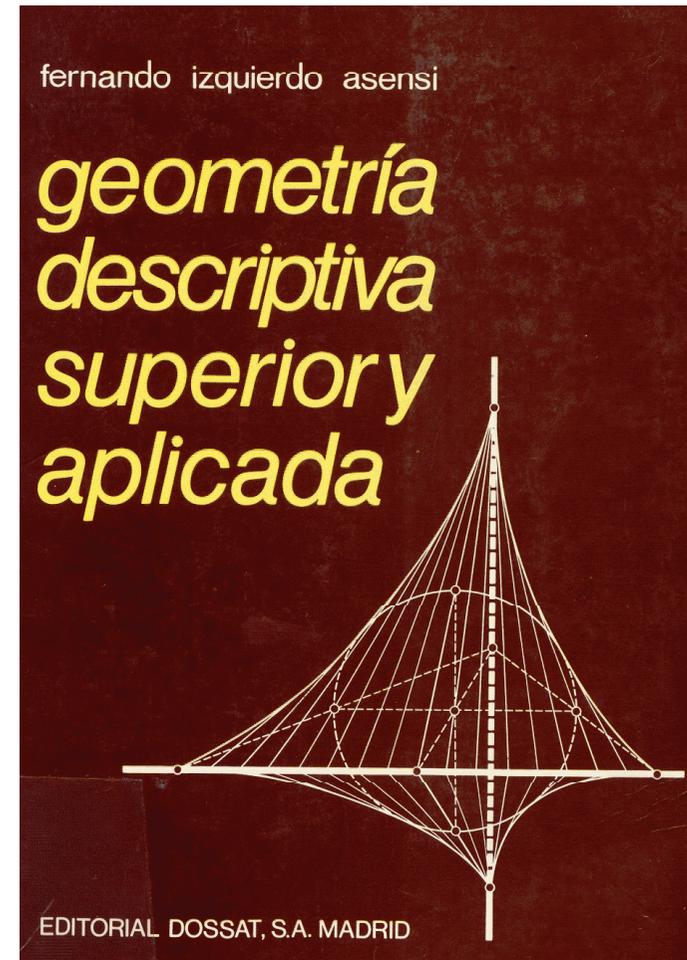
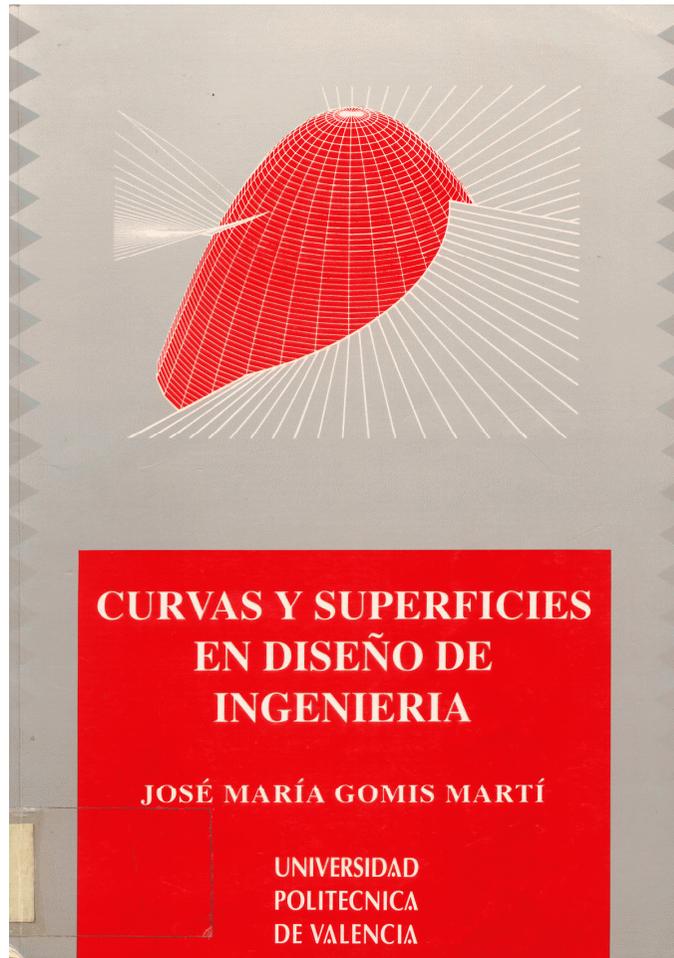
Se recomienda especialmente el
“tutorial” interactivo



Capítulo 2: Curvas del plano

Capítulo 4: Curvas y superficies del espacio

Para estudiar los fundamentos geométricos



Para estudiar los fundamentos geométricos

