

## **3.1**

# **Modelado Con Curvas Técnicas**

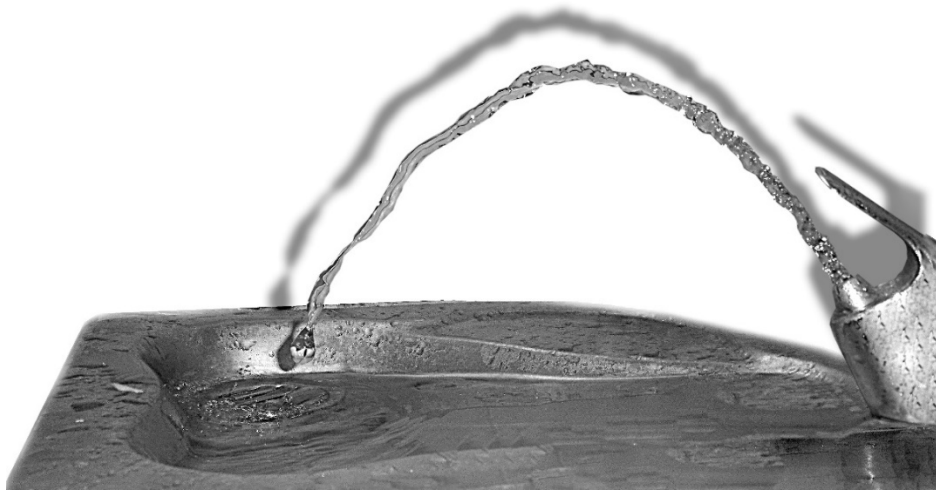
Definición

Uso

Clasificación

Las **curvas técnicas** son aquellas que tienen *alguna propiedad útil para el diseño en ingeniería*

Vamos a ver que para las curvas técnicas hay diferentes **modos de uso**, y diferentes **tipos de curvas**



Chorro parabólico (Wikipedia)



Calentador "parábola",  
diseñado por Omer Deutsch

# Hay tres modos de usar las curvas técnicas en las aplicaciones CAD:

Definición

Uso

Preinstaladas

Programadas

Interpoladas

Clasificación

## 1 Preinstaladas

Están definidas en la aplicación CAD

Se pueden utilizar directamente desde el menú

## 2 Programadas

Se deben definir mediante formulación

Se obtienen curvas exactas

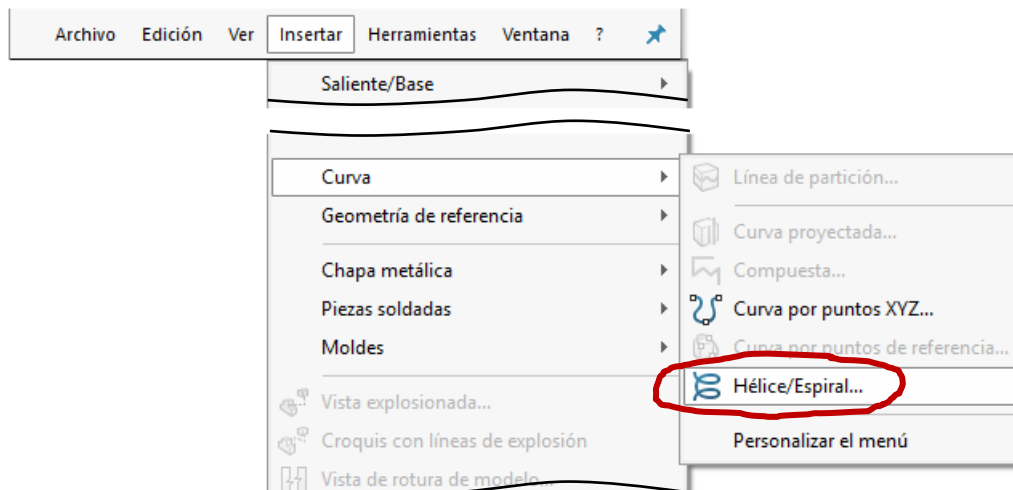
## 3 Interpoladas

Se deben definir mediante una nube de puntos

Se obtienen curvas aproximadas

Definición  
Uso  
Preinstaladas  
Programadas  
Interpoladas  
Clasificación

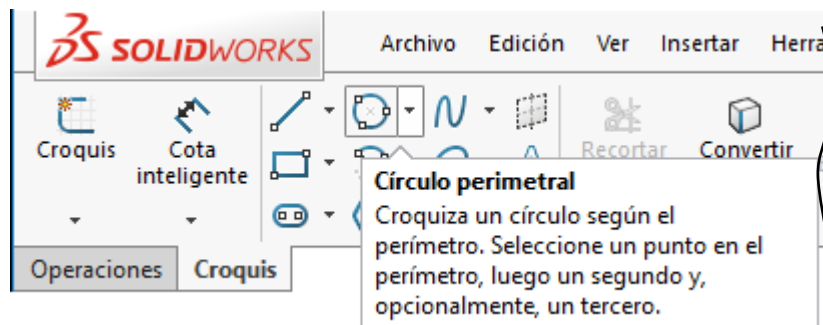
Las curvas preinstaladas se pueden usar **directamente**



Pero deben estar predefinidos tanto la **figura** como los **elementos definitorios**

Por ejemplo, la circunferencia

Por ejemplo, el perímetro



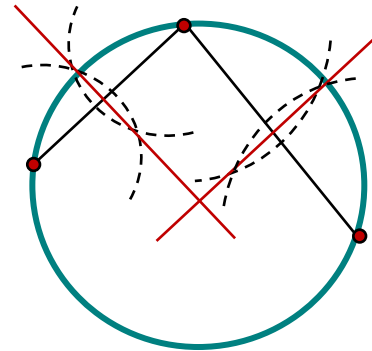


Si no está definida (figura + elementos)...

...se transforma empleando construcciones auxiliares

Si se conocen tres puntos, pero sólo se puede construir la circunferencia-conocido-el-centro-y-el-radio:

- ✓ el centro de la circunferencia  
la intersección de la  
mediatrices de dos cuerdas
- ✓ el radio es la distancia  
del centro a cualquiera  
de los tres puntos



Definición

Uso

Preinstaladas

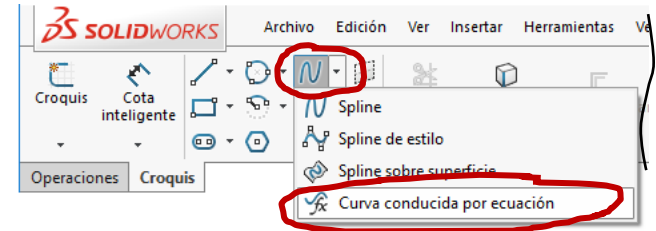
Programadas

Interpoladas

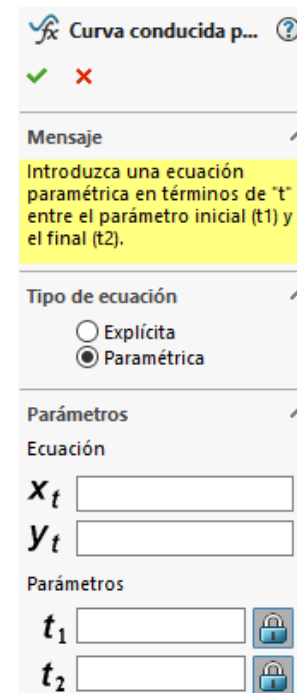
Clasificación

Para programar curvas técnicas hay que **definirlas como curvas conducidas por ecuación:**

1 Seleccione la herramienta de curvas conducidas por ecuación



2 Elija el tipo de representación explícita o paramétrica



3 Escriba la ecuación

# Para escribir la ecuación hay que utilizar notación de lenguaje de programación

Definición

Uso

Preinstaladas

Programadas

Interpoladas

Clasificación


### Parámetros

Especifique cualquier combinación adecuada de los siguientes parámetros para definir la curva si no está restringida por relaciones.

#### Ecuación

**$y_x$**  (ecuaciones explícitas) Defina la ecuación de curva, donde Y es una función de X. O, defina la ecuación de curva, donde X, Y y Z son funciones de T. Z es sólo para croquis en 3D.

Si escribe una ecuación que no puede solucionarse o su sintaxis no es correcta, la ecuación se muestra en rojo.

**$x_t$ ,  $y_t$  y  $z_t$**  (ecuaciones paramétricas)  Puede usar cualquier función admitida en el cuadro de diálogo Ecuaciones. Por ejemplo, puede crear ecuaciones complejas como ésta:


$2 * (x + 3 * \sin(x))$

También puede utilizar cotas de operación en ecuaciones. Por ejemplo:



$$x^3 / "D1@Sketch5"$$

#### Parámetros

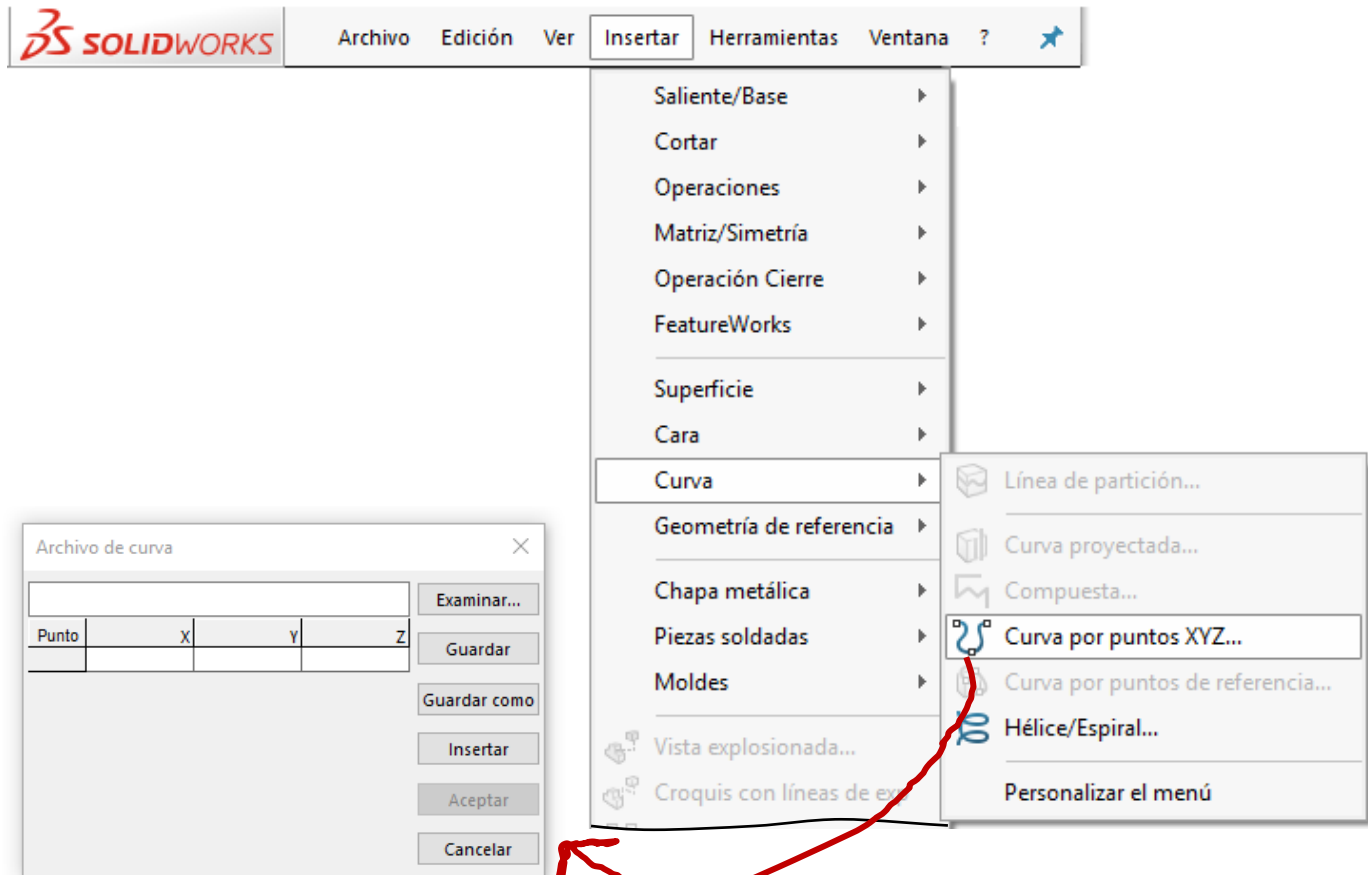
**$x_1$  y  $x_2$**  (ecuaciones explícitas) Especifique el rango de valores para  $x$ , donde  $x_1$  es el punto inicial y  $x_2$  es el punto final (por ejemplo,  $x_1 = 0$  y  $x_2 = 2 * \pi$ ).

Haga clic en  para bloquear o desbloquear la ubicación del punto inicial o final en la curva:

**$t_1$  y  $t_2$**  (ecuaciones paramétricas)

-  (bloqueado): El punto inicial o final está fijo.
-  (desbloqueado): Puede arrastrar el punto inicial o final a lo largo de la curva.

Para interpolar curvas técnicas hay que **definirlas como curvas por puntos:**



Definición

Uso

Preinstaladas

Programadas

Interpoladas

Clasificación



# Se asigna un nombre y se guarda la tabla de puntos

Definición

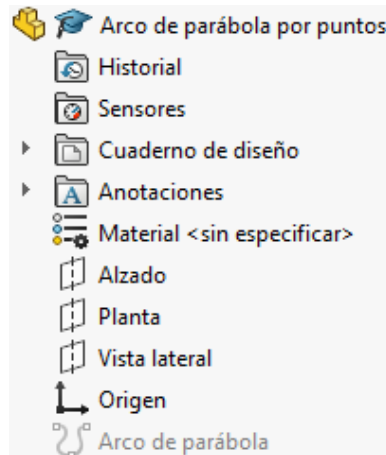
Uso

Preinstaladas

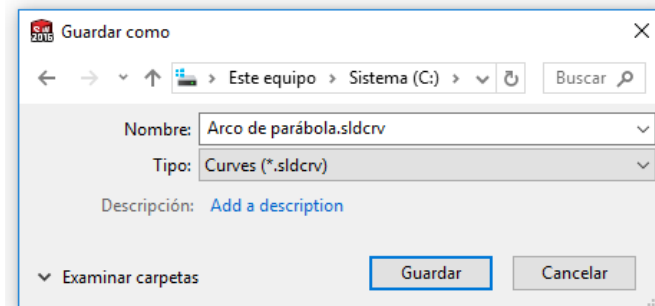
Programadas

Interpoladas

Clasificación



Punto	X	Y	Z
1	4mm	3.1mm	0mm
2	5mm	4.74mm	0mm
3	6mm	6.13mm	0mm
4	7mm	7.26mm	0mm
5	8mm	8.14mm	0mm
6	9mm	8.77mm	0mm
7	10mm	9.14mm	0mm
8	11mm	9.26mm	0mm
9	12mm	9.13mm	0mm



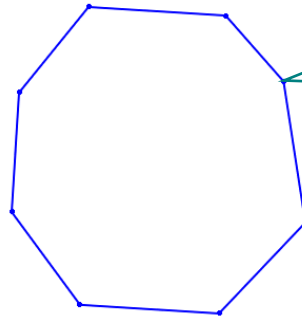
Posteriormente se puede insertar tantas veces como se necesite



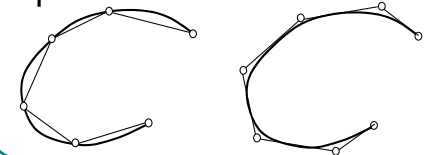
¡Pero es difícil hacer modificaciones!

# Se pueden construir curvas vinculadas a puntos de una figura auxiliar creada previamente:

✓ Se crea un “polígono de control” en un esbozo

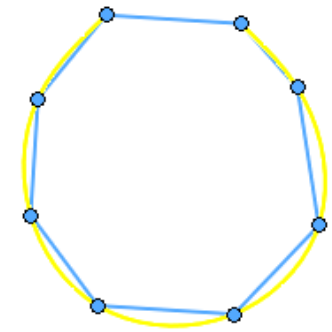
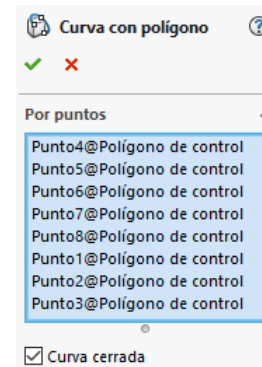


Los nodos pueden ser vértices o puntos de control

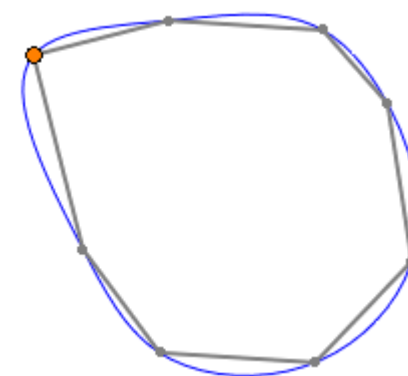
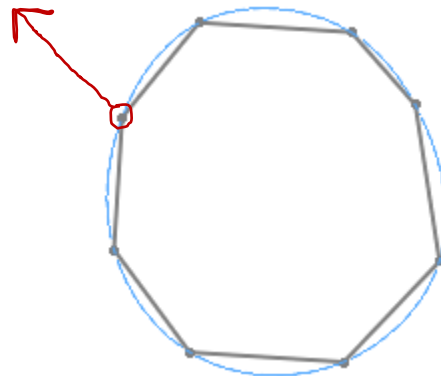


✓ Luego se crea la curva pasando por los vértices del polígono de control

Curva por puntos de referencia...



✓ Así, al modificar el polígono, se modifica la curva



Hay dos tipos principales de curvas técnicas:

analíticas ↔ paramétricas

Se pueden tratar sin ordenador,  
pero es más eficiente  
tratarlas con ordenador

No era viable utilizarlas  
sin ordenador

Definición


Uso

**Clasificación**

Analíticas

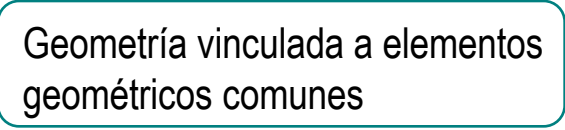
Paramétricas

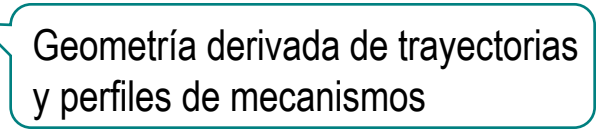
El tratamiento de las **curvas técnicas analíticas**, ha evolucionado gracias al CAD:

Tratamiento aproximado y por partes  Tratamiento global geométrico

Hay muchos tipos de **curvas técnicas analíticas**, por lo que *no* es viable hacer un estudio general

 Pero hay dos familias representativas:

√ Cónicas  Geometría vinculada a elementos geométricos comunes

√ Cíclicas  Geometría derivada de trayectorias y perfiles de mecanismos

Definición

Uso

Clasificación

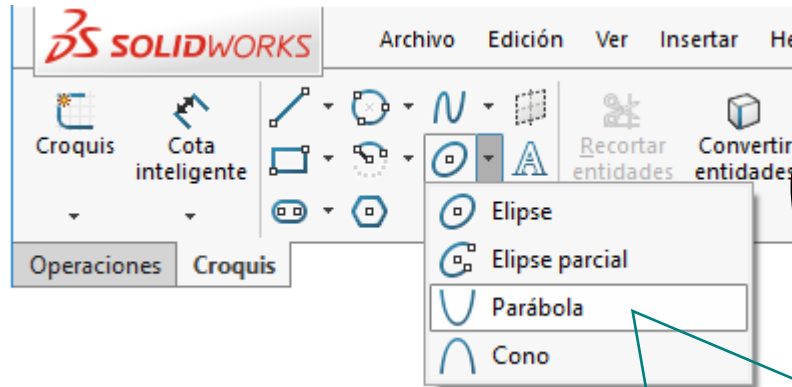
**Analíticas**

Cónicas

Cíclicas









Paramétricas

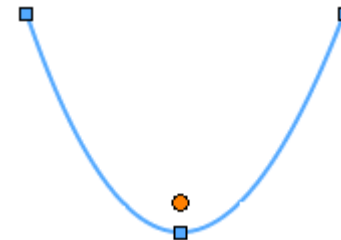
## Algunos arcos cónicos están preinstalados:



Para dibujar un arco de parábola basta definir:

- 1 El foco
- 2 El vértice
- 3 Los dos puntos extremos

Parámetros	
 x	23.00124789
 y	108.73755327
 x	-2.07212123
 y	108.72085095
 x	10.04827883
 y	93.82242647
 x	9.99982794
 y	91.5389619

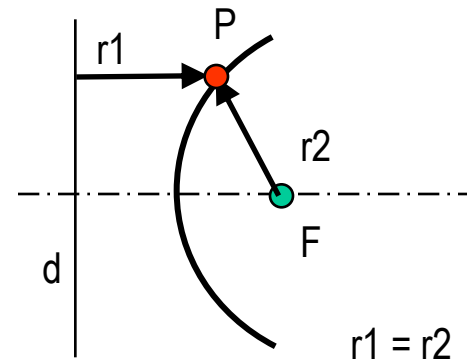


Aquellas curvas cónicas que no están pre-instaladas se pueden:

- 1 Programar mediante ecuaciones de segundo grado
- 2 Calcular punto a punto

Para ello se usan las siguientes definiciones:

- ✓ La **parábola** es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo, denominado foco, y una recta fija denominada directriz



Definición

Uso

Clasificación

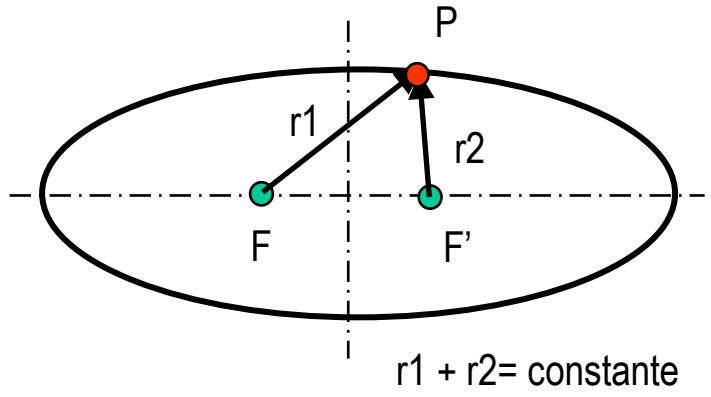
Analíticas

Cónicas

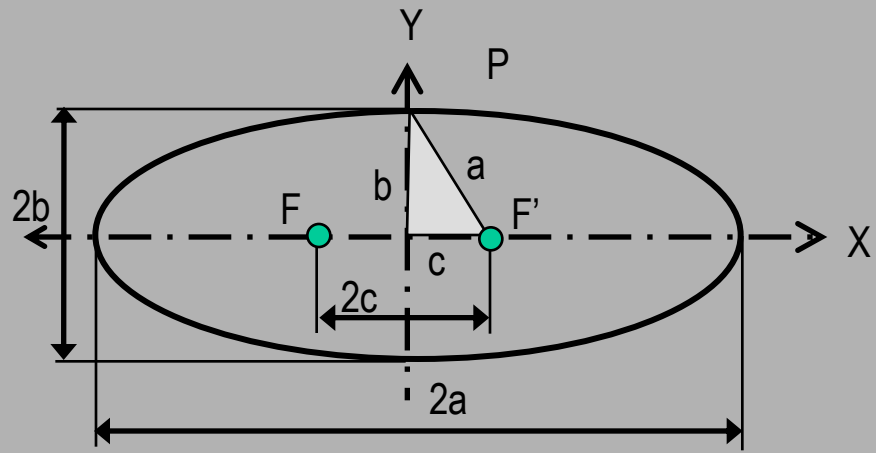
Cíclicas

Paramétricas

✓ La **elipse** es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos, denominados focos, es constante



Otros parámetros relacionados son:



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$b^2 + c^2 = a^2$$

$$\epsilon = \frac{c}{a}$$

Definición

Uso

Clasificación

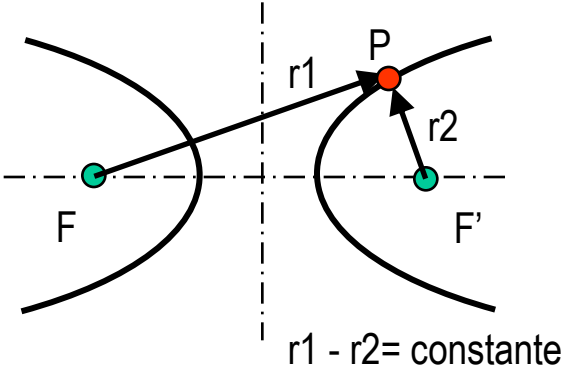
Analíticas

Cónicas

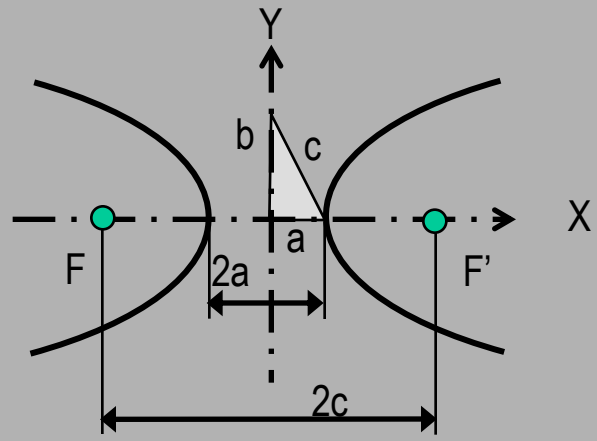
Cíclicas

Paramétricas

✓ La **hipérbola** es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya resta de distancias a dos puntos fijos, denominados focos, es constante



Otros parámetros relacionados son:



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\epsilon = \frac{c}{a}$$

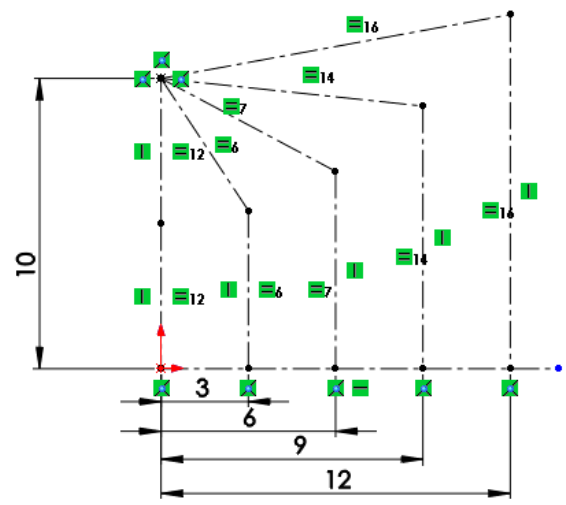




Si las cónicas se calculan por puntos, la aplicación conecta los puntos mediante curvas spline:

- Definición
- Uso
- Clasificación
- Analíticas
- Cónicas
- Cíclicas
- Paramétricas

¡Los puntos calculados son puntos de parábola!



¡Los puntos interpolados se calculan como curva spline...

... **no** como puntos de parábola!

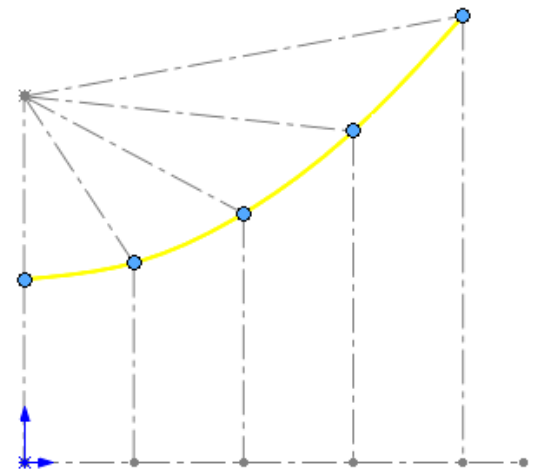
Parábola por refere... ?

✓ ✗

Por puntos ^

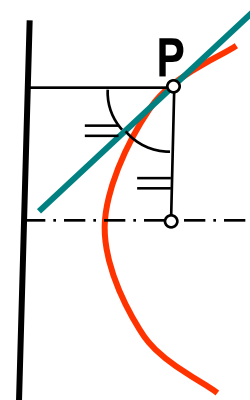
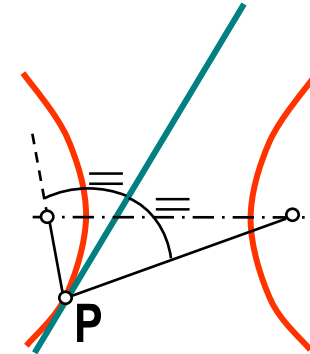
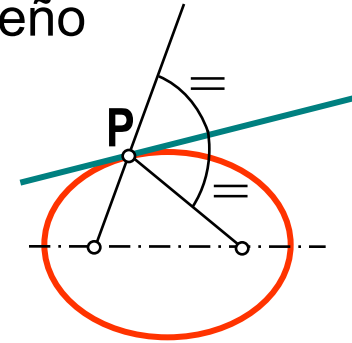
- Punto15@Puntos de parábola
- Punto9@Puntos de parábola
- Punto11@Puntos de parábola
- Punto18@Puntos de parábola
- Punto20@Puntos de parábola

Curva cerrada



Las rectas tangentes a las cónicas tienen una propiedad que las hace especialmente útiles para el diseño geométrico:

- ✓ La tangente en un punto P a la **elipse** es bisectriz del ángulo que forman un radio vector y la prolongación del otro
- ✓ La tangente en un punto P a la **hipérbola** es bisectriz del ángulo que forman los dos radios vectores
- ✓ La tangente en un punto P a la **parábola** es bisectriz del ángulo que forman el radio vector y la perpendicular por P a la directriz (paralela al eje)



Definición

Uso

Clasificación

Analíticas

Cónicas

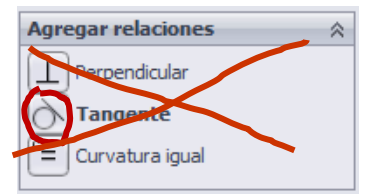
Cíclicas

Paramétricas

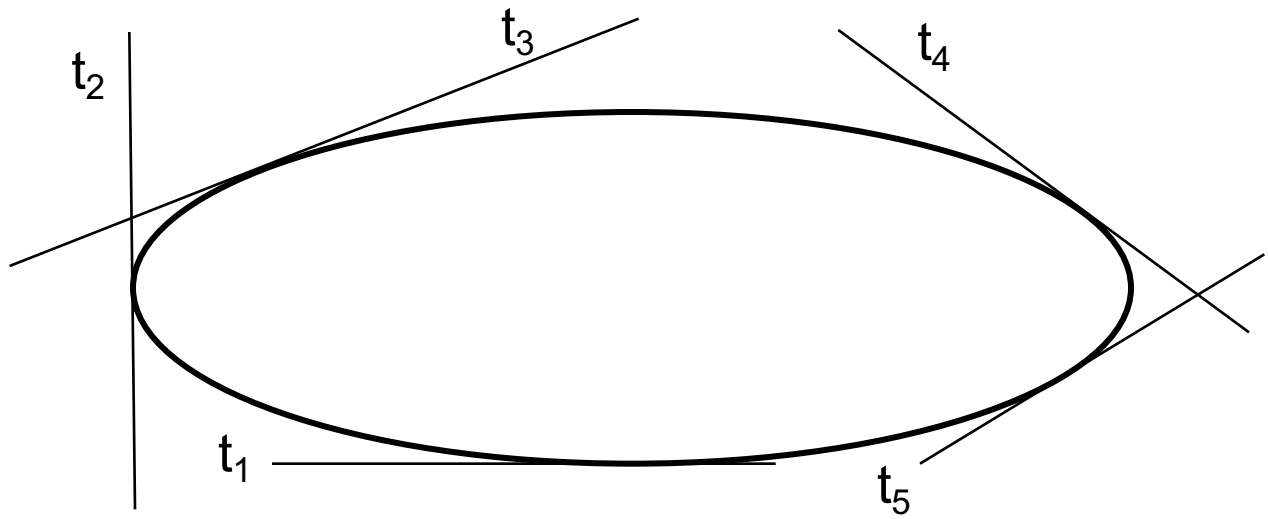
- Definición
- Uso
- Clasificación
  - Analíticas
    - Cónicas
    - Cíclicas
    - Paramétricas



El problema es que SolidWorks ® no permite restringir los arcos cónicos con tangentes



Por tanto, **no** se pueden resolver directamente las figuras cuando los datos son tangencias

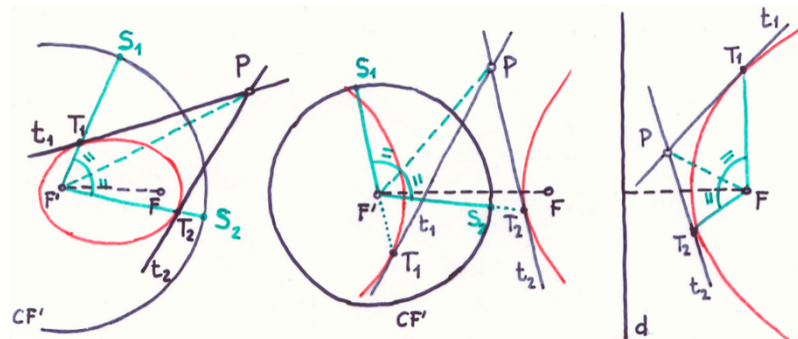


Puesto que las rectas tangentes son importantes para el diseño, es conveniente saber obtener los focos a partir de las rectas tangentes

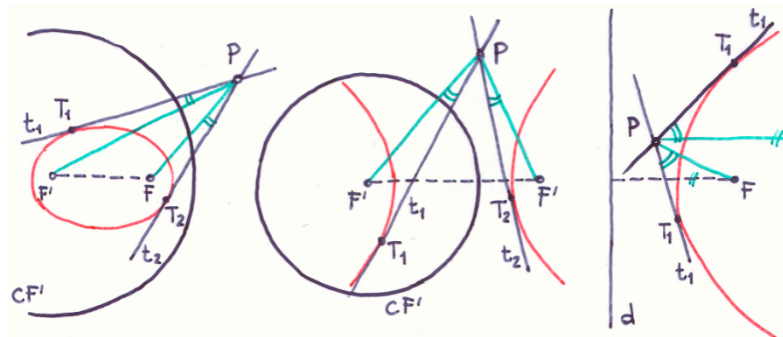
↳ Para ello sirven los **Teoremas de Poncelet**:

Para problemas más complejos, se deben consultar los **Teoremas de Pascal y Brianchon**

1 La recta que une un foco con un punto P es bisectriz del ángulo que forman las que unen este mismo foco con los puntos de contacto de las tangentes trazadas desde P



2 El ángulo que forma una de las tangentes trazadas desde el punto P exterior a una cónica con la recta que une P al otro foco, es igual al que forma la otra tangente con la recta que une P al otro foco en los casos de elipse e hipérbola, o con la paralela al eje en el caso de parábola



Definición

Uso

Clasificación

Analíticas

Cónicas

Cíclicas

Paramétricas

Las **curvas cíclicas** aparecen vinculadas a trayectorias y perfiles de mecanismos

Cuando tienen una formulación conocida se pueden **programar** ↔ Cuando no tienen una formulación conocida se pueden **interpolar**

Para interpolar, hay que seguir dos pasos:

- 1 **Calcular**, mediante construcciones auxiliares, un **subconjunto de puntos** de la curva

Consulte libros de geometría métrica para conocer las características de cada curva

- 2 **Seleccionar una aproximación** válida a partir de los puntos calculados

Definición

Uso

Clasificación

**Analíticas**

Cónicas

**Cíclicas**

Paramétricas



## Ejemplo: Cicloide

Definición

Uso

Clasificación

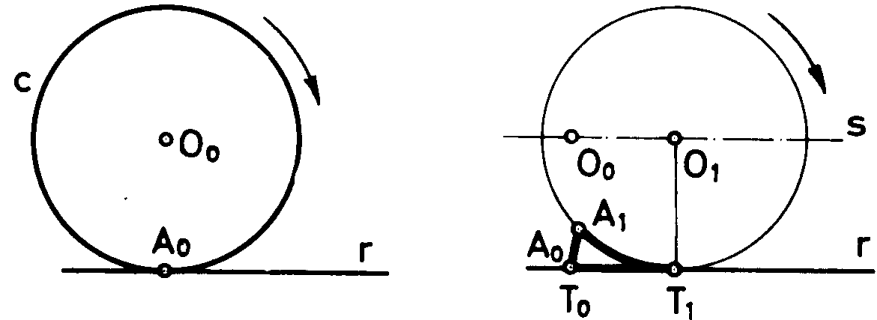
Analíticas

Cónicas

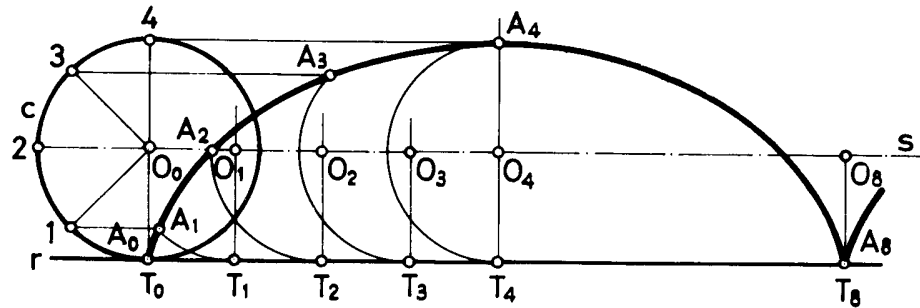
Cíclicas

Paramétricas

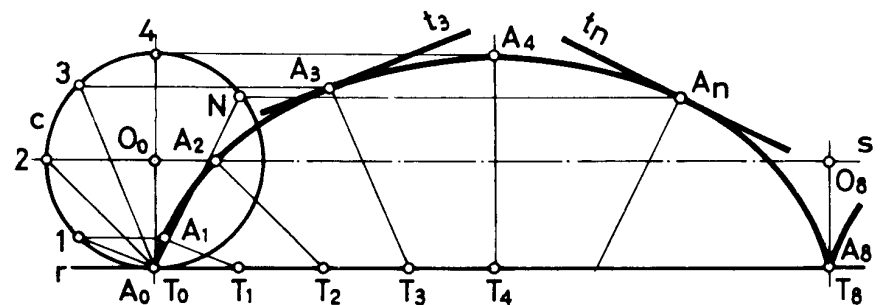
Es la trayectoria que describe un punto de una circunferencia que gira sobre una recta



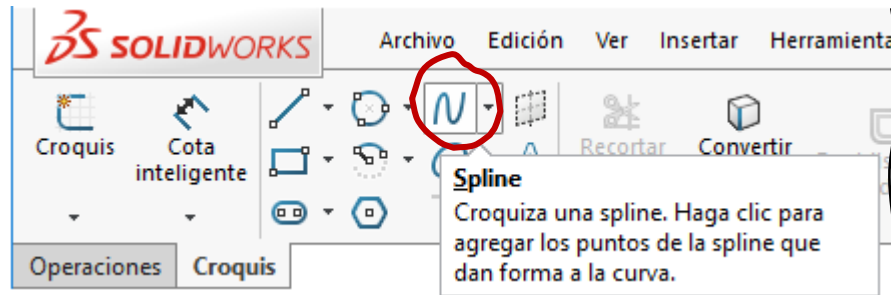
Se pueden calcular puntos de la curva mediante construcciones auxiliares sencillas



La determinación de ciertos elementos notables (como las tangentes) puede hacerse con rigor geométrico si se aplican las propiedades propias de la curva

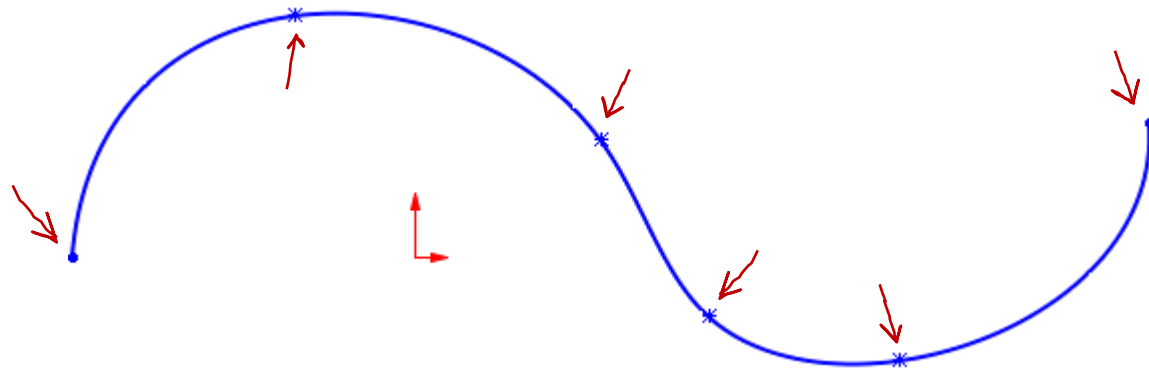


Las curvas libres se formulan paramétricamente, y en SolidWorks se denominan splines:



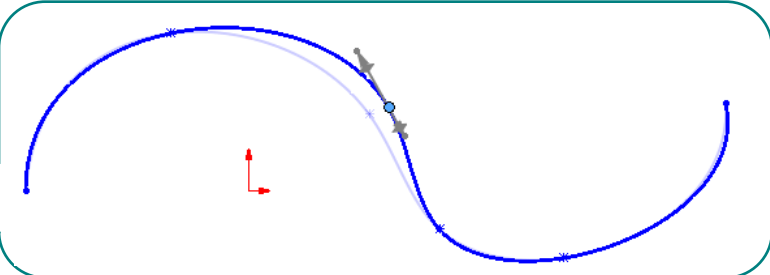
Son una mezcla de curvas interpoladas y ajustadas

Se crean definiendo nodos, como si fueran curvas interpoladas:

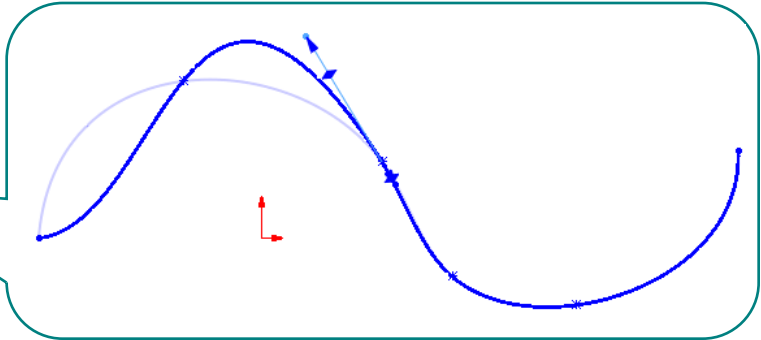


La edición se limita a:

✓ Mover los nodos

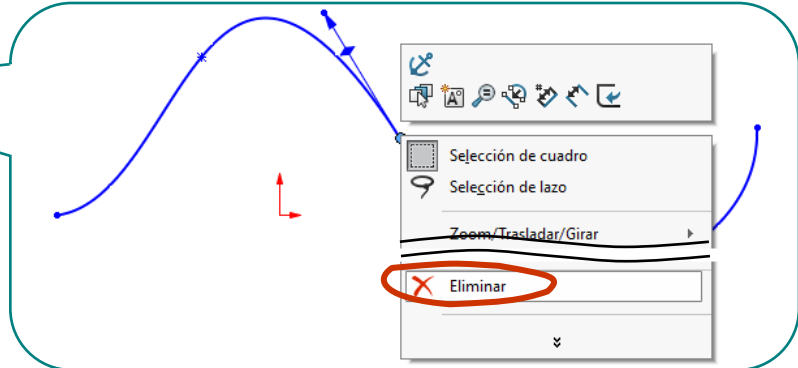


✓ Modificar las tangentes



La edición más avanzada permite:

✓ Quitar nodos







Pero el spline es en realidad una NURB, porque se puede comportar también como una curva **ajustada**:

Definición

Uso

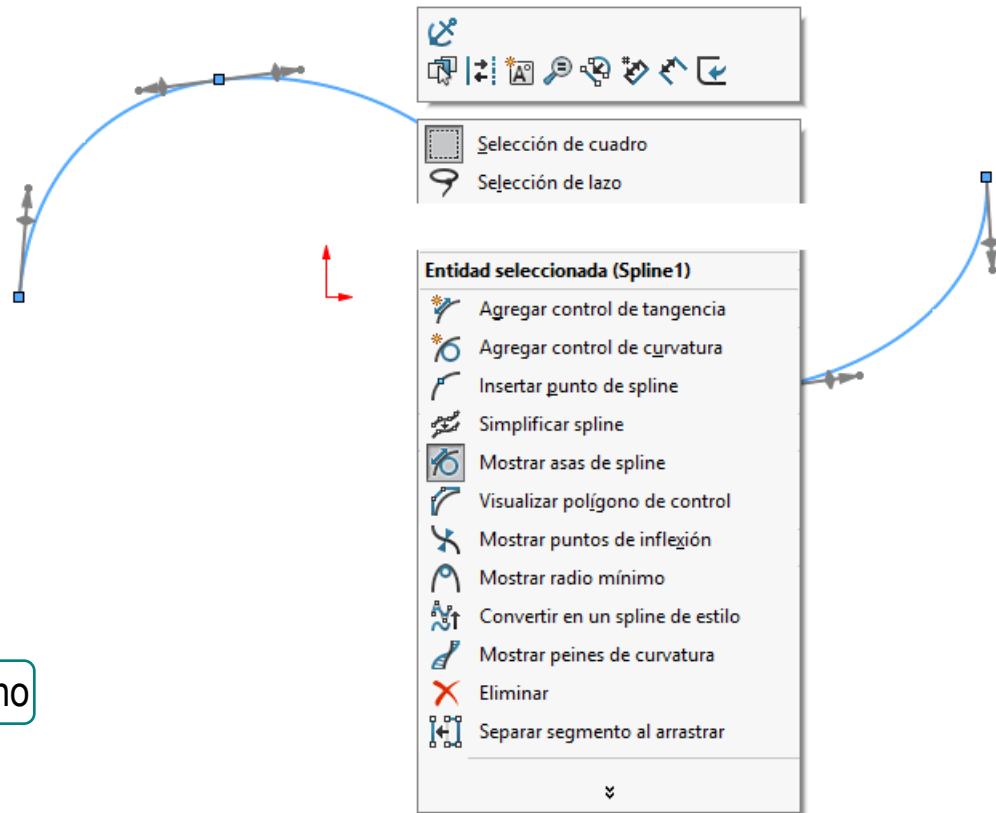
**Clasificación**

Analíticas

**Paramétricas**

✓ Seleccione el spline

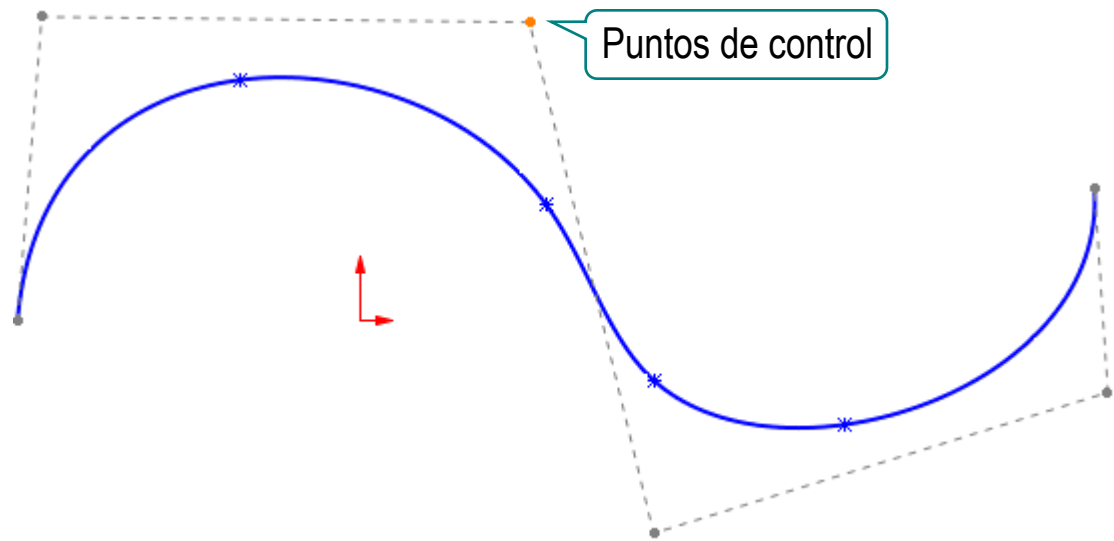
Poniendo el cursor sobre la curva y pulsando el botón izquierdo



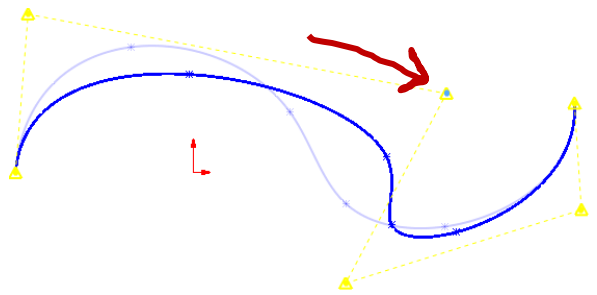
✓ Muestre el menú contextual

Pulsando el botón derecho

✓ Seleccione *Visualizar polígono de control* para modificar la curva ajustada



✓ Arrastre un punto de control para modificar la curva



- Definición
- Uso
- Clasificación**
- Analíticas
- Paramétricas**

Definición

Uso

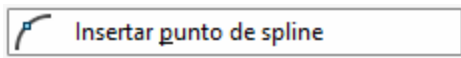
**Clasificación**

Analíticas

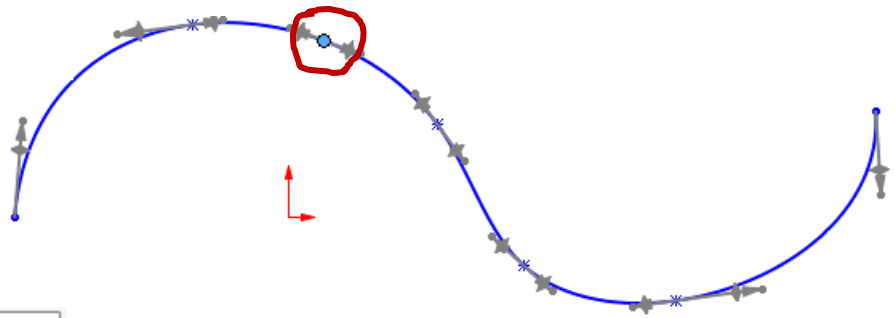
**Paramétricas**

### ✓ Puede añadir nodos

- ✓ Seleccione el spline
- ✓ Active el menú contextual
- ✓ Seleccione *Insertar punto de spline*

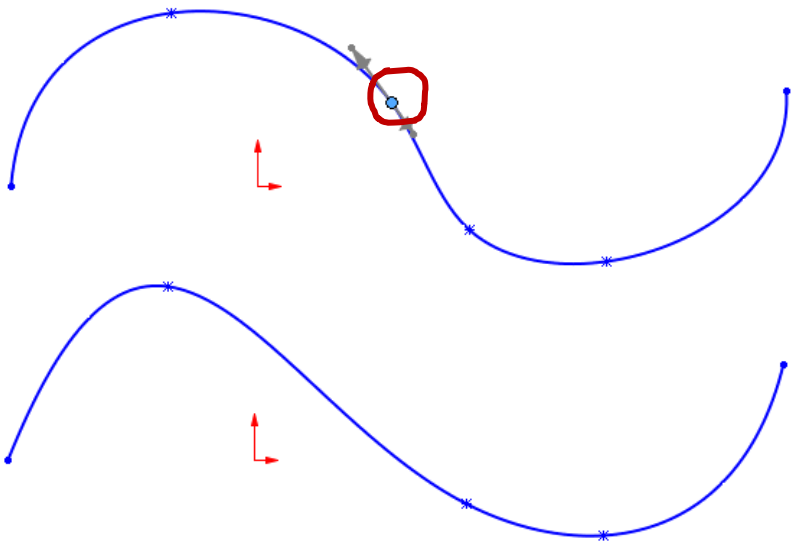


- ✓ Señale la posición del nuevo punto



### ✓ Puede eliminar nodos

- ✓ Seleccione un nodo
- ✓ Pulse la tecla *Suprimir*



✓ Puede obtener una curva equivalente, pero con menos nodos

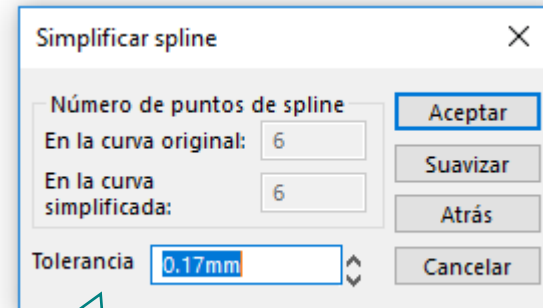
✓ Seleccione el spline

✓ Active el menú contextual

✓ Seleccione *Simplificar spline*



✓ Seleccione los parámetros de simplificación



La tolerancia indica la máxima diferencia aceptable entre el spline original y el simplificado

Definición

Uso

**Clasificación**

Analíticas

**Paramétricas**

- 1 Las aplicaciones CAD más potentes tienen **preinstaladas** las curvas más comunes
- 2 Para las curvas no preinstaladas se puede usar el editor de curvas para **formular** su ecuación matemática
- 3 Si tampoco se dispone de la formulación matemática, se pueden **aproximar** por puntos
- 4 Cuando la forma exacta de la curva no es un requisito, se usan curvas paramétricas, que pueden comportarse de dos formas:

Las **curvas interpoladas** son convenientes para formas **sencillas** donde se necesite **poco control** de la curva



Las **curvas ajustadas** son convenientes para formas **complejas** donde se necesite **mucho control** de la curva

Las curvas SPLINE son la mejor opción

Las curvas NURBS son la mejor opción

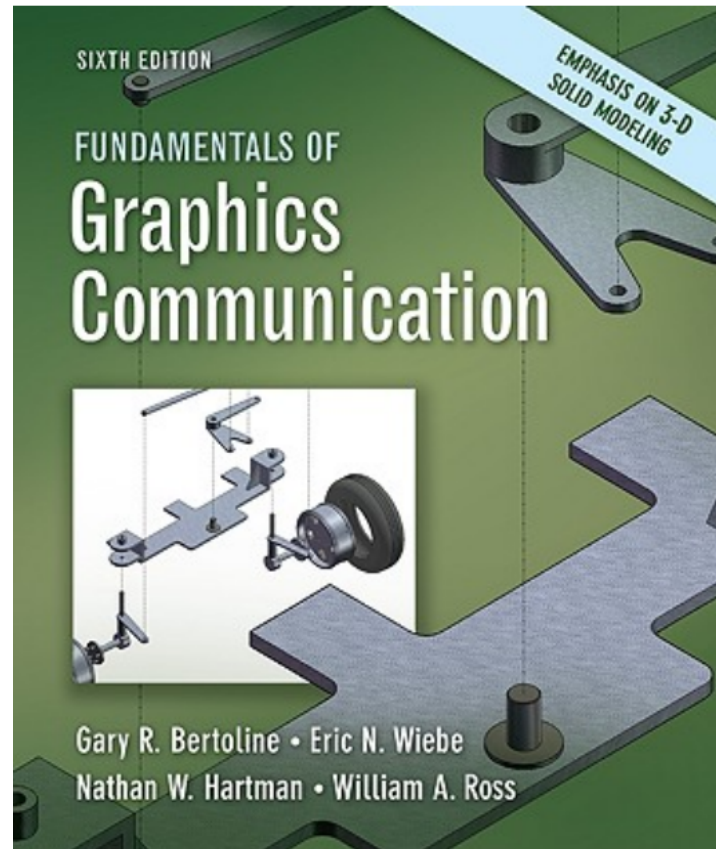
Cualquier buen libro especializado en geometría métrica

Para repasar:  
curvas analíticas



Para repasar:  
curvas analíticas

Los capítulos de geometría de cualquier buen libro de CAD o dibujo en ingeniería

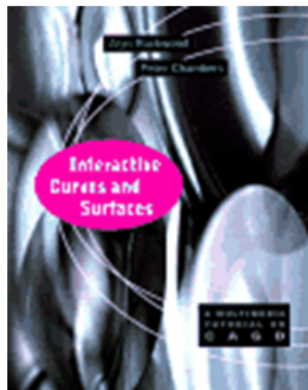


Capítulo 3: Engineering geometry

## ¡Cualquier buen libro de CADG!

Para repasar:  
curvas  
paramétricas

El CADG (Diseño Geométrico Asistido por Computador) se dedica al estudio y definición de métodos para la generación de curvas complejas.



**Interactive**  
**Curves and Surfaces**  
A Multimedia Tutorial on CAGD

Alyn Rockwood

Peter Chambers

Se recomienda especialmente el  
“tutorial” interactivo

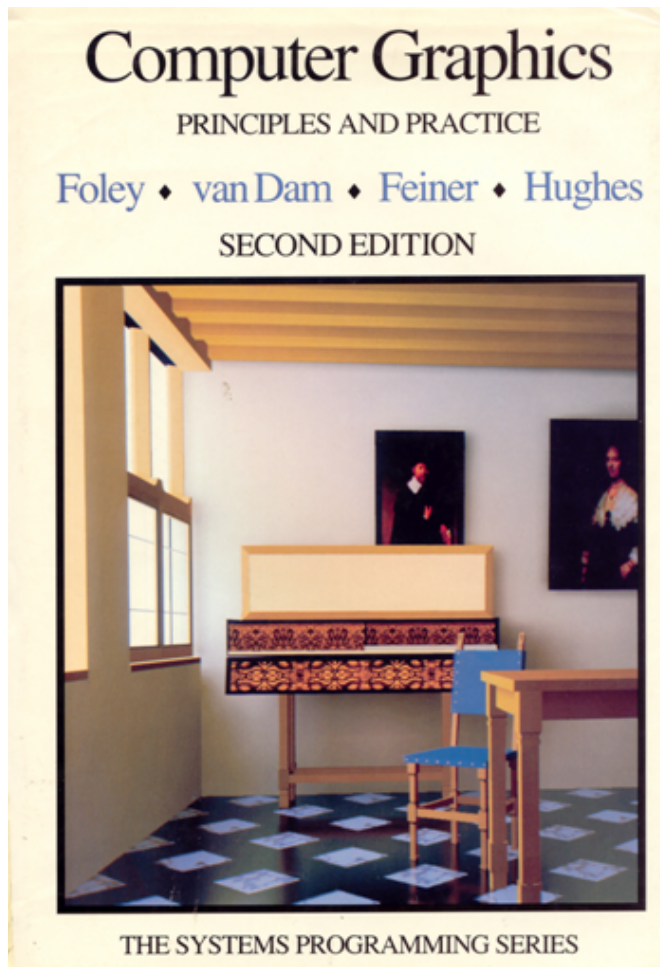


Capítulo 2: Curvas del plano

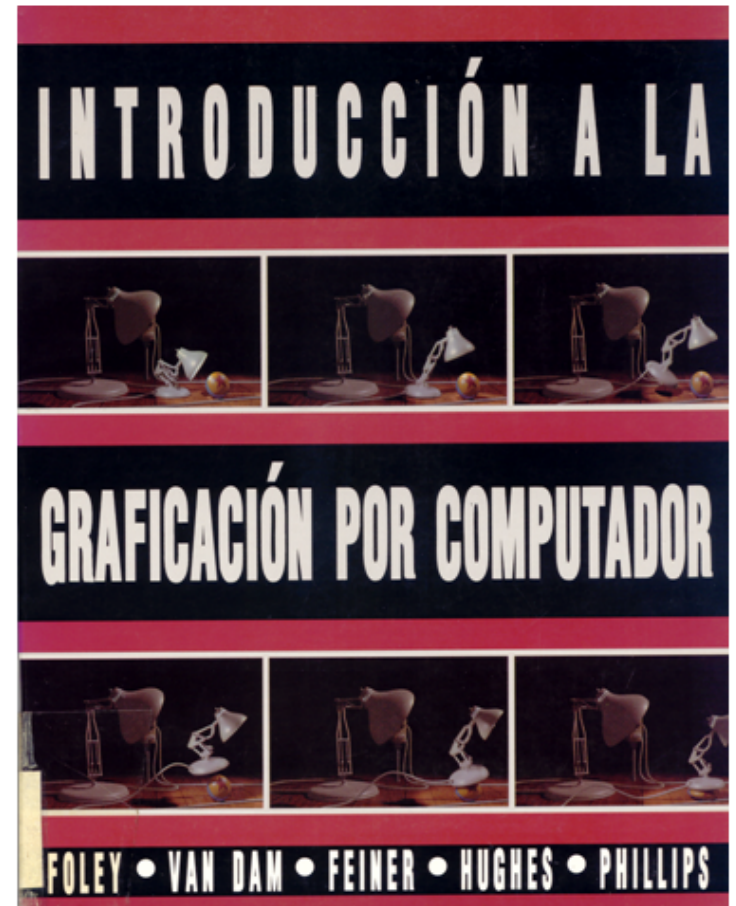
Capítulo 4: Curvas y superficies del espacio



Capítulo 11: Representing curves and surfaces



Capítulo 9: Representación de curvas y superficies



Para repasar:  
curvas  
paramétricas