Ejercicio 4.2.1
Balón de futbol

Obtenga el modelo de superficies de un balón de futbol

El modelo se debe obtener mediante un conjunto de parches de superficies cosidos

En las fotografías se muestra el proceso de fabricación por cosido de parches de un balón de futbol”

En la fotografía se muestran los “parches” que conforman el balón

Tarea
Estrategia
Ejecución
Conclusiones

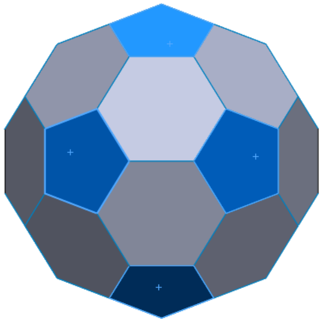
1

Primero hay que entender la geometría de la pieza

Los parches son de *material flexible*, que se curva al hinchar el globo interior → Se puede elaborar un modelo simplificado, suponiendo los *parches planos*

Aproximamos el balón de futbol mediante un poliedro

Aunque existen gran variedad de formas de parches, el modelo clásico de balón de futbol es el que aproxima la esfera como un icosaedro truncado



http://es.wikipedia.org/wiki/Icosaedro_truncado

Aproximamos el balón de futbol mediante un icosaedro truncado

La *medida* la obtenemos del reglamento de futbol:

Perímetro no mayor que 70 cm
y no menor que 68 cm

Diámetro= Perímetro/π = [21.65 , 22.28] cm

La relación entre el lado del icosaedro y el radio de la *circunferencia circunscrita* es conocida:

Circunferencia que contiene a los vértices

Radio externo	$r_u = \frac{a}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$
≈	$0.9510565163 \cdot a$
Radio interno	$r_i = \frac{a}{12}\sqrt{3}\left(3+\sqrt{5}\right)$
≈	$0.7557613141 \cdot a$

https://es.wikipedia.org/wiki/Sólidos_platónicos

Lado= [11.38 , 11.71] cm

2

Después hay que elaborar un procedimiento de modelado

- Hay dos estrategias de truncado:

Modelar directamente el icosaedro truncado ⟷ Modelar el icosaedro y truncar después

↓

Elegimos modelar el icosaedro y truncar después…

…porque existe un método que permite modelar el icosaedro fácilmente

- Hay dos formas de construir los poliedros:

Modelar directamente las caras ⟷ Modelar los vértices y obtener las aristas al unirlos

↓

Elegimos modelar los vértices …

…porque existe un método que permite situarlos fácilmente

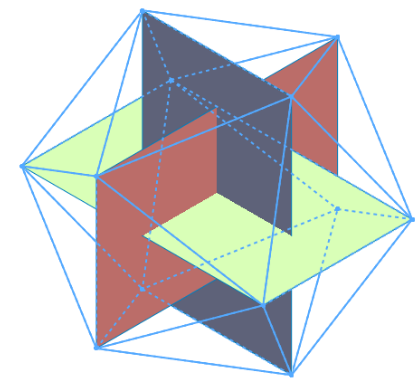
El método para conocer las coordenadas de los vértices se basa en las siguientes propiedades:

Wikipedia: **Icosaedro**

√ Los vértices de un icosaedro se agrupan en tres rectángulos ortogonales entre si

√ Las dimensiones de cada rectángulo vienen condicionadas por la razón áurea:

El lado largo del rectángulo tienen una longitud L= (1+√5)/2 veces mayor que el rectángulo corto



Por lo tanto, los vértices de un icosaedro (centrado en el origen y circunscrito a una esfera de radio R), quedan definidos por tres rectángulos cuyos vértices tienen las siguientes coordenadas:

(0, ±R, ±R*L)

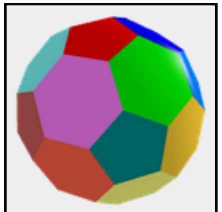
(±R, ±R*L, 0)

(±R*L, 0, ±R)

Recuerde que el *porcentaje de truncado* es el cociente entre la distancia entre el vértice truncado y los nuevos vértices, y la longitud inicial de la arista

- √ Para truncar un sólido Platónico y obtener un sólido Arquimediano, el porcentaje de truncado depende de la forma de la cara original

- √ Para cara originales triangulares, el porcentaje es 1/3



Icosaedro Truncado

(5,6,6)

$f = \frac{1}{3}$

http://www.sacred-geometry.es/?q=es/content/sólidos-arquimedianos

Primero obtenga el icosaedro:

1 Sitúe puntos de referencia en las coordenadas de todos los vértices

2 Defina las aristas *de cada cara* conectando sus vértices, y rellene el perímetro

¡Alternativamente, defina dos parches y aplique recursivamente la simetría!

Luego, realice el truncamiento:

1 Dibuje los radios que unen el centro con cada uno de los vértices

2 Sitúe planos normales a esos radios a la distancia de truncamiento

Radio de la circunferencia inscrita

3 Obtenga la intersección que cada plano le produce al icosaedro

¡El icosaedro truncado tiene 32 caras!

12 pentágonos y 6 hexágonos

El método de modelar por caras adyacentes también es *teóricamente* viable:

1 Comience dibujando un parche poligonal sobre uno de los planos principales

2 Luego dibuje la recta normal a una cara contigua

3 Defina el plano que contiene a esa cara contigua

4 Dibuje el contorno poligonal del nuevo parche

5 Repita el proceso hasta completar la figura

¡El ángulo que forma esa recta normal a la cara contigua sólo se puede obtener con una precisión aproximada!

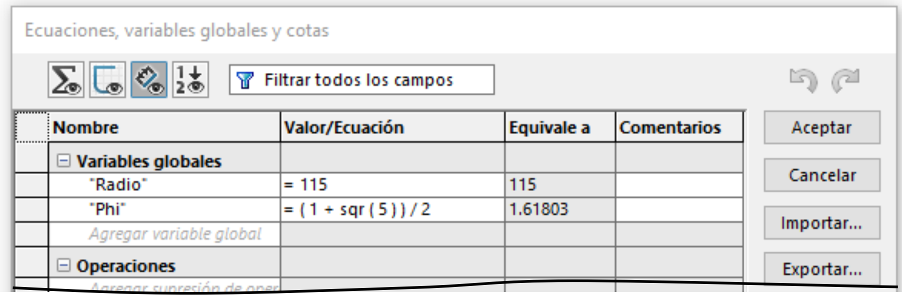
Sólidos Platónicos	Icosaedro 
Número de caras	20
Polígonos que forman las caras	Triángulos Equiláteros
Número de aristas	30
Número de vértices	12
Caras concurrentes en cada vértice	5
Vértices contenidos en cada cara	3
Grupo de simetría	Icosaédrico (I_h)
Poliedro conjugado	Dodecaedro
Símbolo de Schläfli	{3,5}
Símbolo de Wythoff	5 | 2 3
Ángulo diedro	138.189685°

Wikipedia: **Sólidos platónicos**

Sitúe puntos de referencia en las coordenadas de todos los vértices

¡Aunque, usando la simetría sólo va a necesitar cuatro vértices!

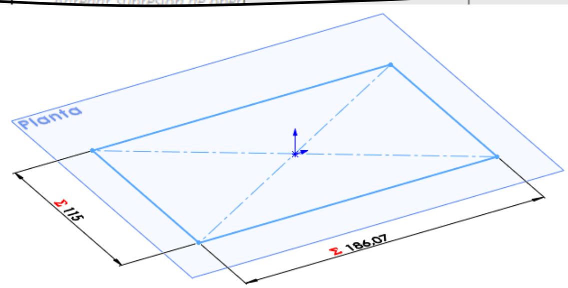
- √ Defina el radio y la proporción aurea como variables globales



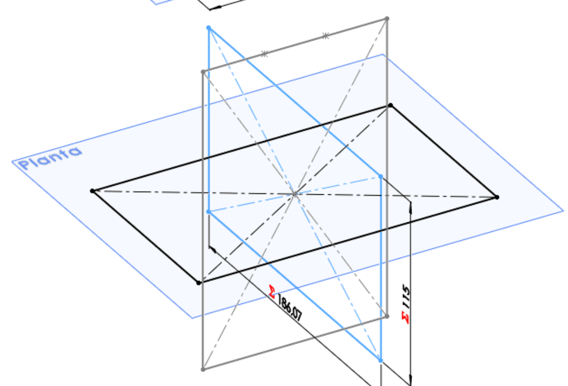
Ecuaciones, variables globales y cotas

Nombre	Valor/Ecuación	Equivale a	Comentarios
⊟ Variables globales			
"Radio"	= 115	115	
"Phi"	= (1 + sqr (5)) / 2	1.61803	
Agregar variable global			
⊟ Operaciones			

- √ Dibuje un croquis de un rectángulo de proporciones áureas en la planta

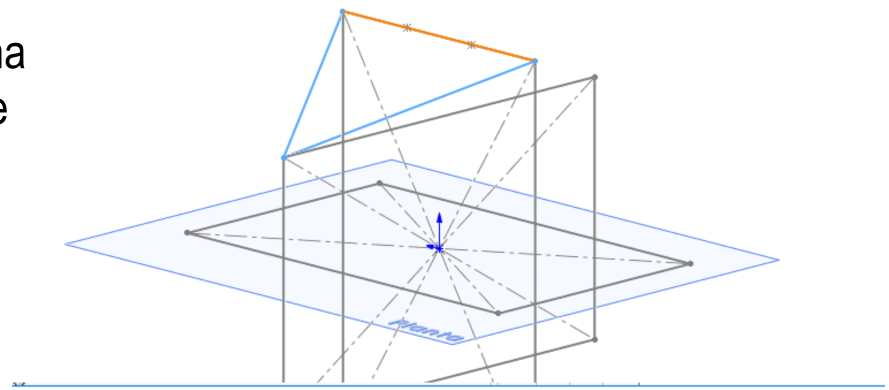


- √ Repita el procedimiento en la planta y la vista lateral

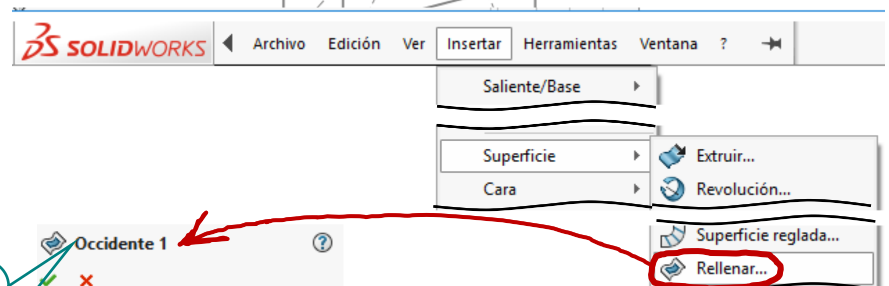


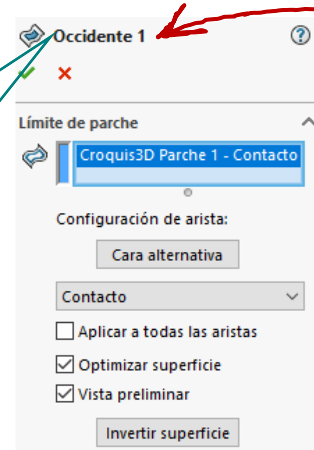
Defina las aristas conectando los vértices

- √ Defina el contorno de una cara triangular, mediante un croquis 3D

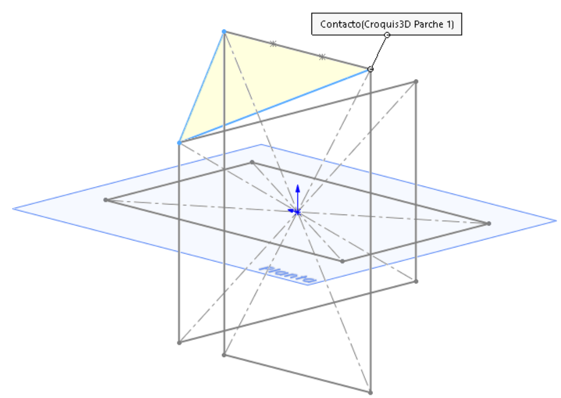


- √ Defina un parche rellenando la cara triangular





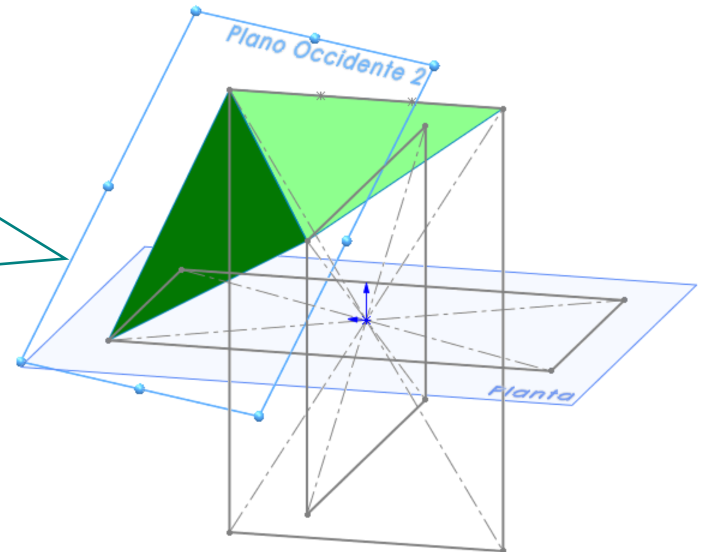
¡Asigne nombres a los parques que faciliten su localización!



Tarea
Estrategia
Ejecución
Conclusiones

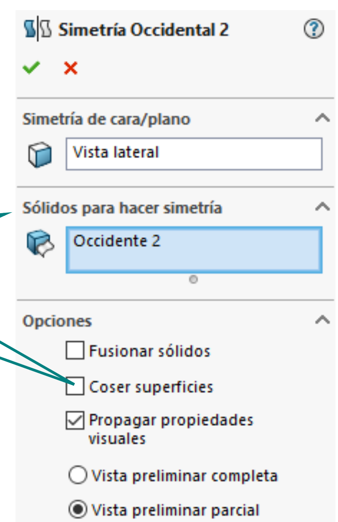
Repita el proceso para una cara adyacente

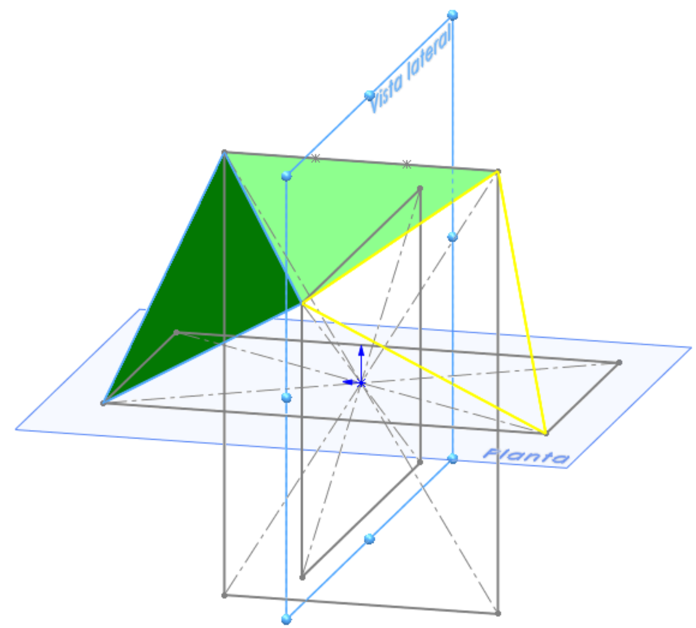
¡Note que puede usar croquis 2D (ya que los triángulos siempre son planos), pero deberá definir un datum para cada cara!



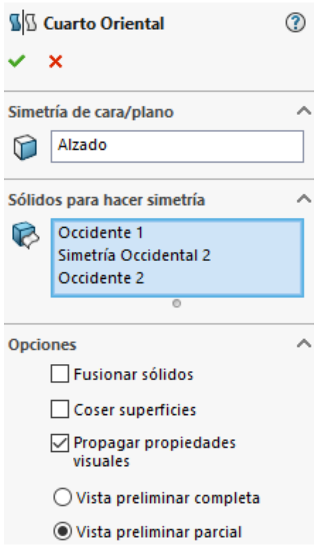
Aplique la simetría para obtener la otra cara adyacente a la primera

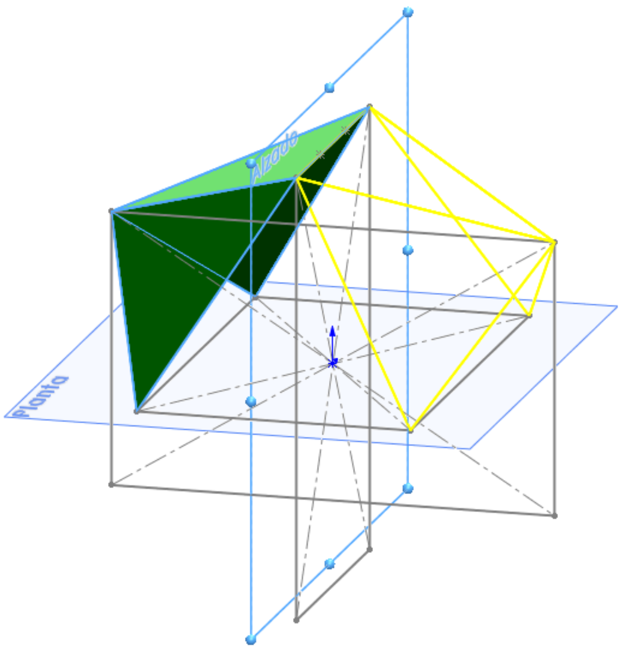
¡Aplique simetría de "Sólidos", porque de otro modo no lo identifica como superficie!



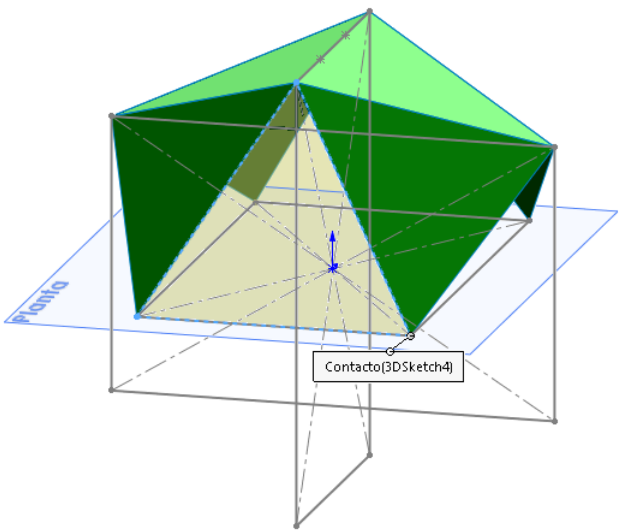


Repita la simetría para obtener el cuadrante oriental



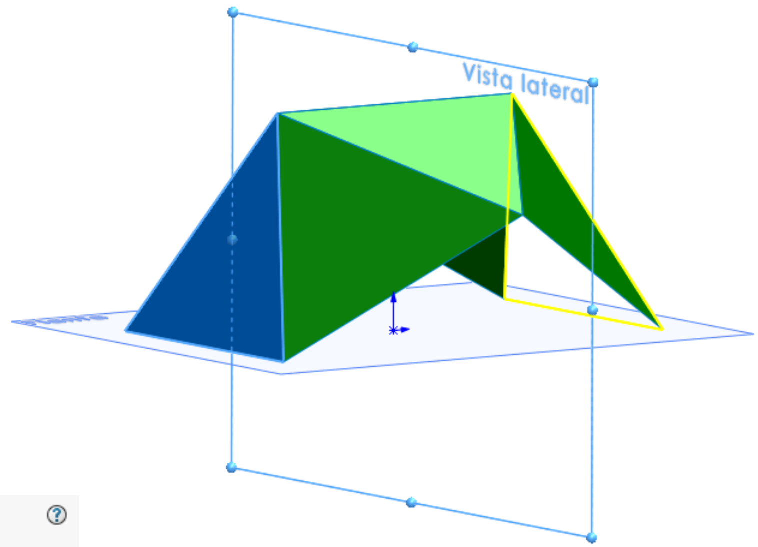


Añada (mediante un croquis 3D y un relleno) uno de los lados que conectan los cuadrantes occidental y oriental

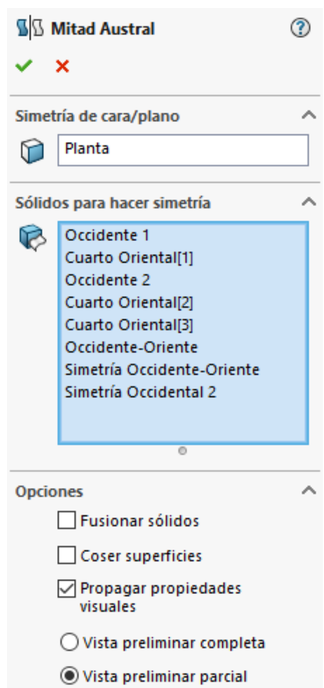


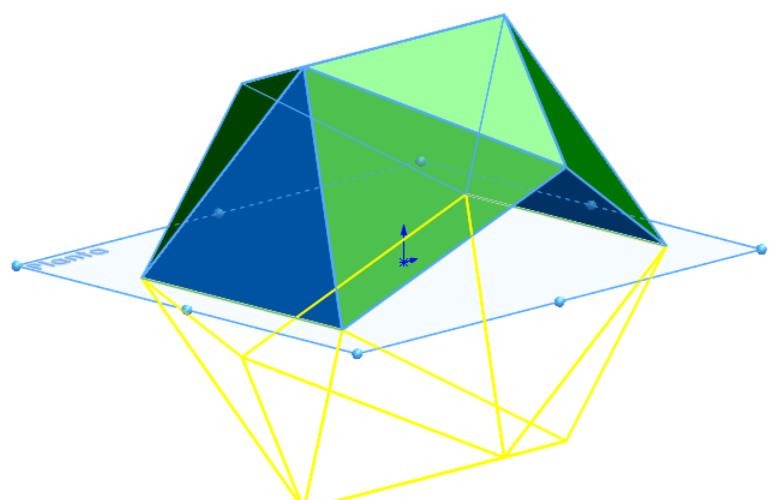
Tarea
Estrategia
Ejecución
Conclusiones

Obtenga (por simetría) el otro lado que conecta los cuadrantes occidental y oriental



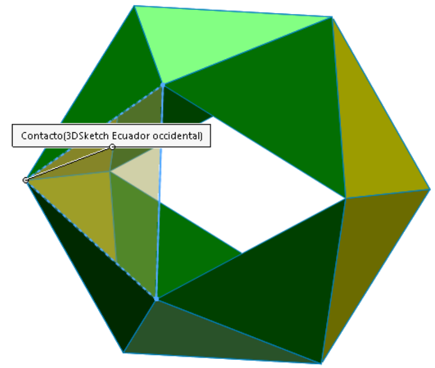
Obtenga (por simetría) la mitad austral



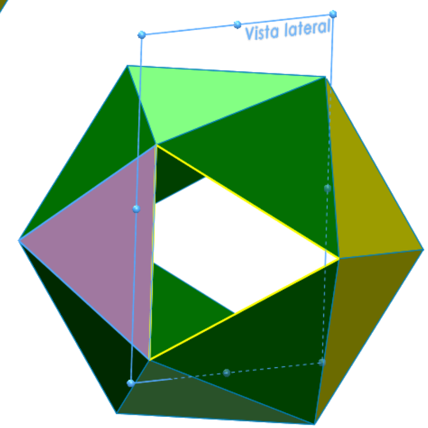


Obtenga las caras situadas en el ecuador:

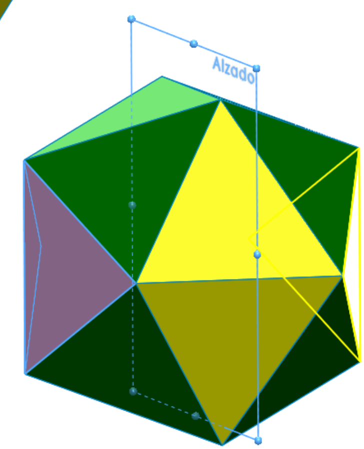
√ Defina el contorno de una de ellas, mediante un croquis 3D



√ Aplique simetría para obtener la cara adyacente a ella



√ Aplique simetría para obtener las caras diametralmente opuestas



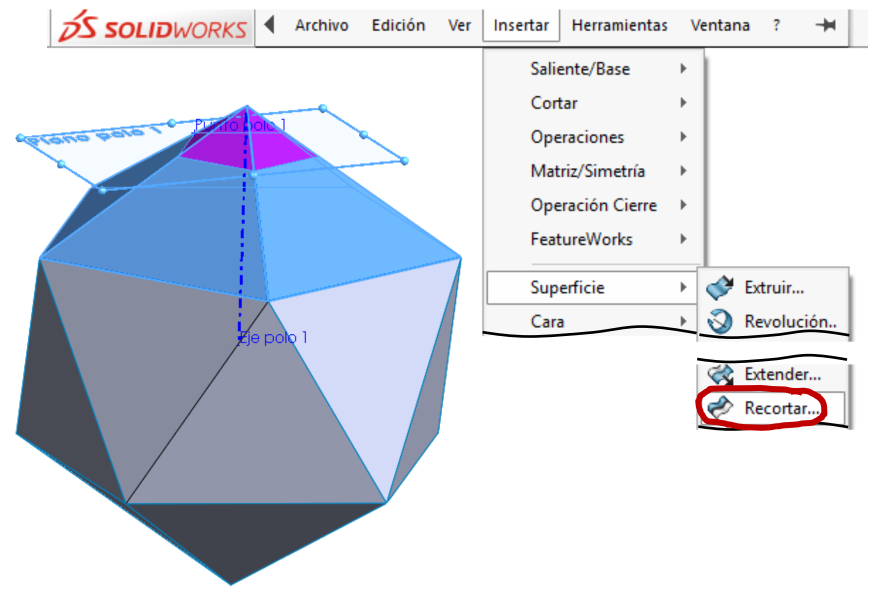
Haga el truncamiento de un vértice mediante un plano datum:

√ Defina un eje desde el centro hasta el vértice a truncar

√ Defina un punto datum a 1/3 de la longitud de una de las cinco aristas que parte del vértice

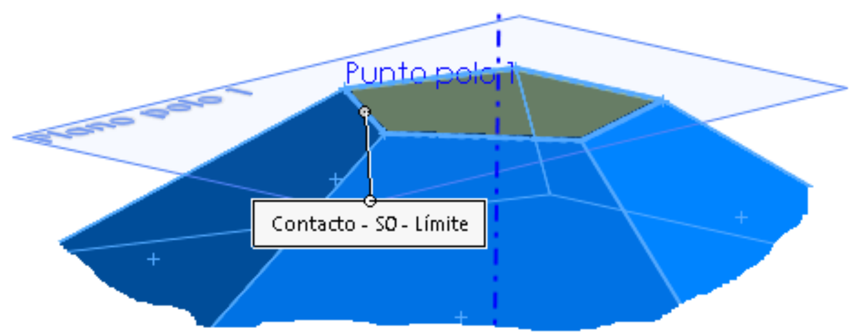
√ Defina el plano perpendicular al eje que pasa por el vértice

> O que pasa a una distancia del origen igual al radio de la circunferencia inscrita



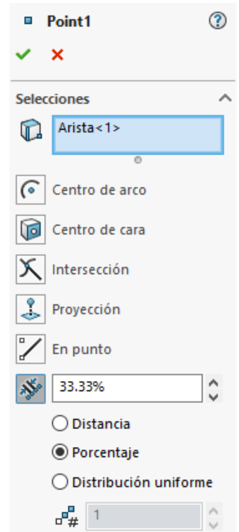
√ Recorte las caras intersectadas por el plano

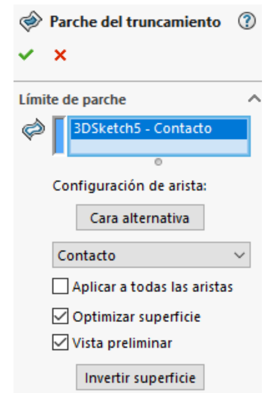
√ Rellene el hueco mediante una cara pentagonal

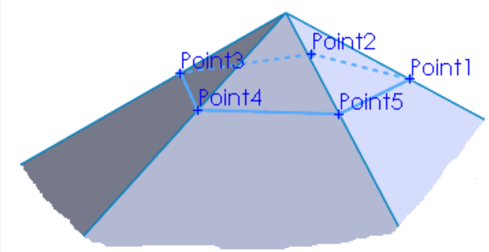


Alternativamente, trunque el vértice mediante un pentágono:

√ Defina un punto datum a 1/3 de la longitud de cada una de las cinco aristas que parte de un vértice cualquiera



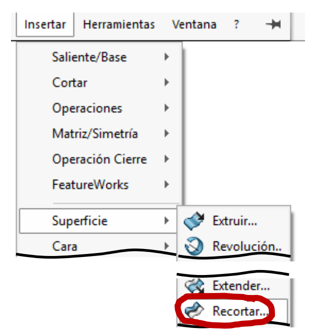


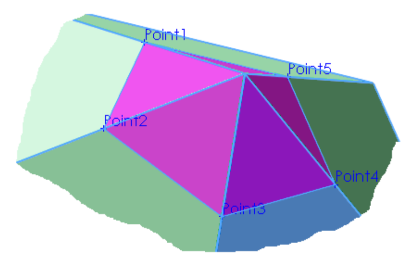


√ Defina el contorno de la cara pentagonal mediante un croquis 3D

√ Rellene la cara pentagonal

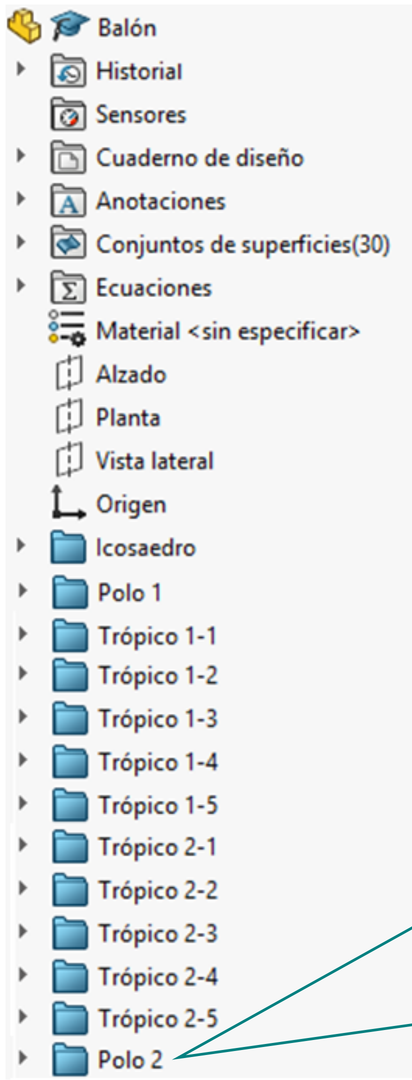
√ Recorte las cinco caras triangulares del icosaedro que sobresalen de la nueva cara pentagonal

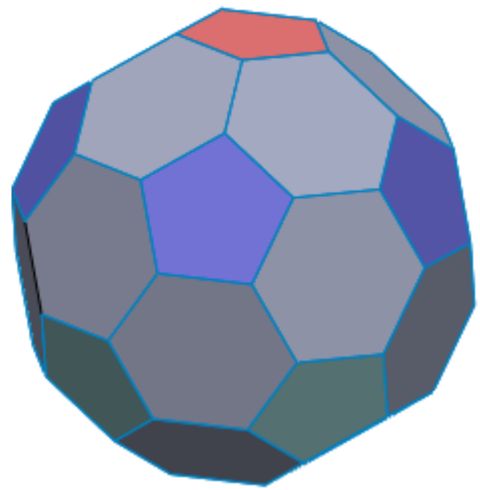




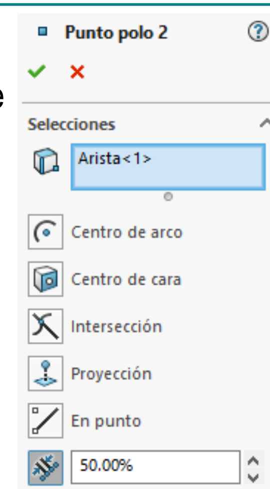
¡El procedimiento es más laborioso, y no aporta mayor precisión!

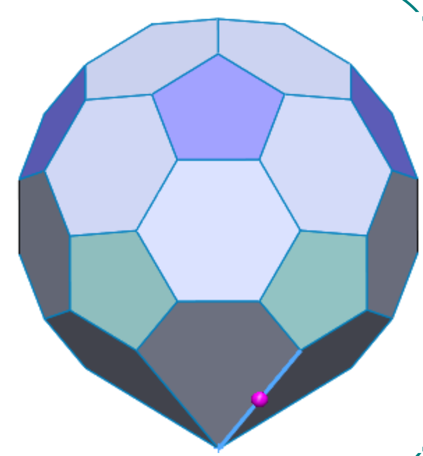
Repita el proceso hasta completar los otros 11 vértices a truncar





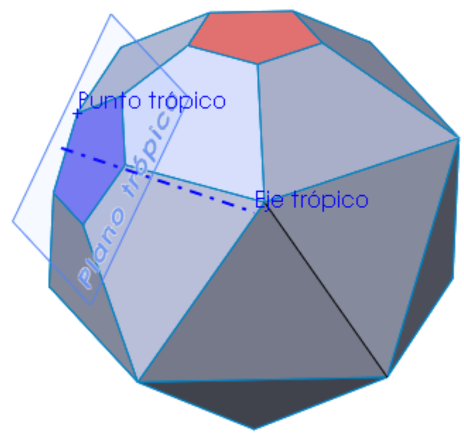
¡Para el último truncamiento debe utilizar una distancia del 50%, porque todas las aristas que convergen en el vértice a truncar están ya truncadas!

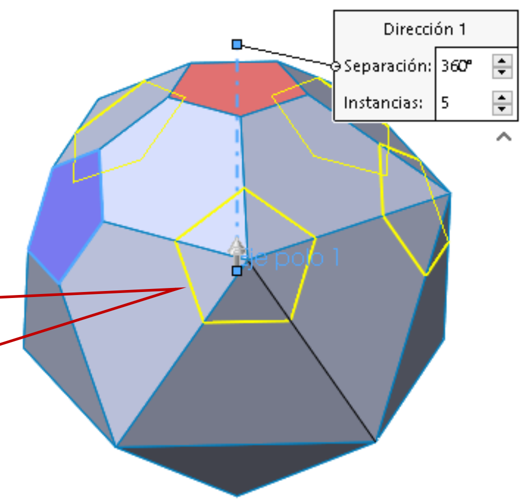




No se puede aplicar simetría para truncar los vértices:

- √ Considere que el truncamiento que ya tiene corresponde al "polo"
- √ Obtenga el truncamiento de un vértice adyacente, que estará en un "trópico"
- √ Aplique un patrón de repetición alrededor del "polo" para obtener los otros cuatro truncamientos en el mismo "trópico" que el anterior
- √ Aplique la simetría para obtener los cinco truncamientos en el otro "trópico" y uno en el otro polo





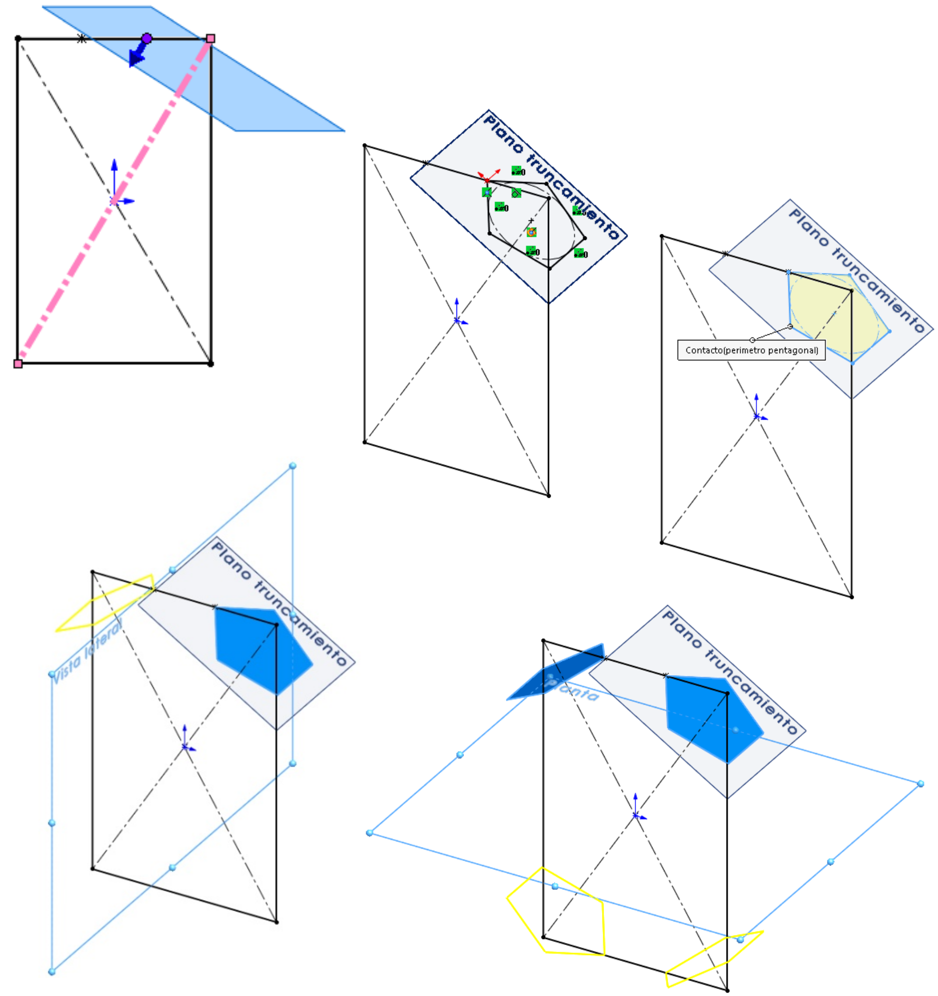
¡No reconoce los parches simétricos para hacer el recorte de los parches originales!

¡Los truncamientos del otro trópico tienen una simetría bilateral, pero compuesta con una rotación!

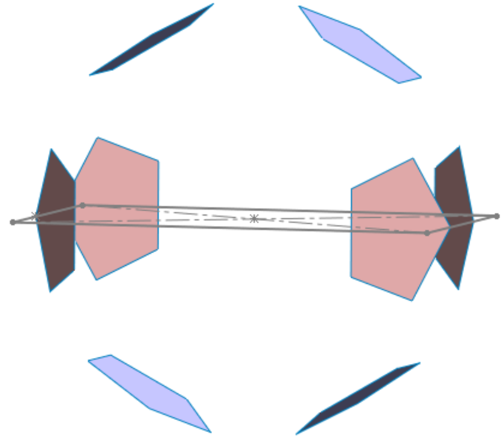
Alternativamente, obtenga el poliedro truncado:

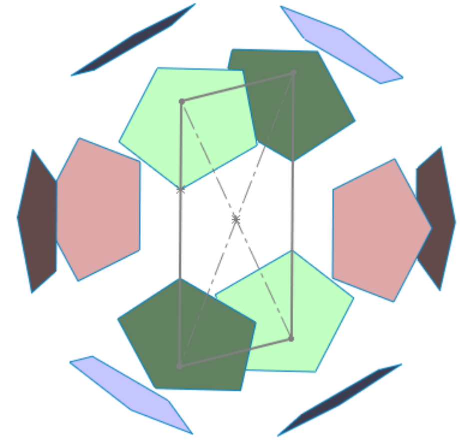
Obteniendo primero las caras pentagonales truncadas, a partir de los vértices de la razón aurea

- √ Obtenga un plano datum, perpendicular a una diagonal y pasando por un punto a una distancia 1/3 de la longitud del lado corto del rectángulo del alzado de la razón aurea
- √ Dibuje un croquis pentagonal en el plano datum
- √ Rellene el pentágono con una cara
- √ Aplique dos simetrías para obtener los otros cuatro truncamientos del rectángulo del alzado

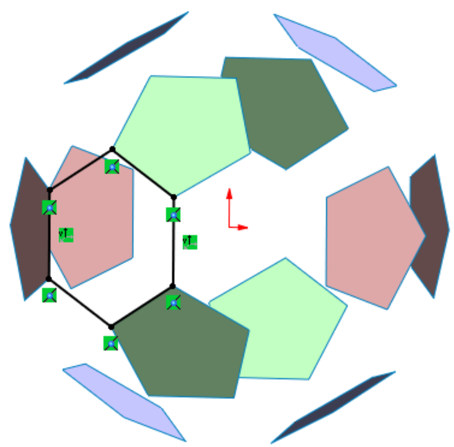


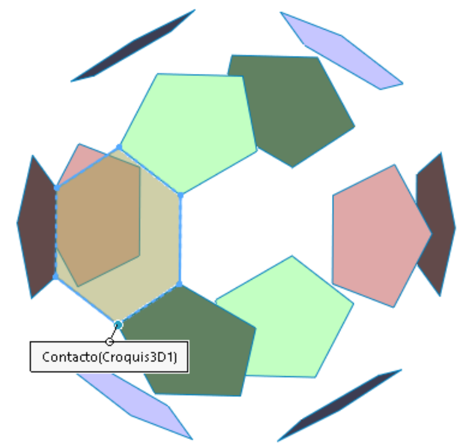
- √ Repita el procedimiento para los otros dos rectángulos de la razón aurea





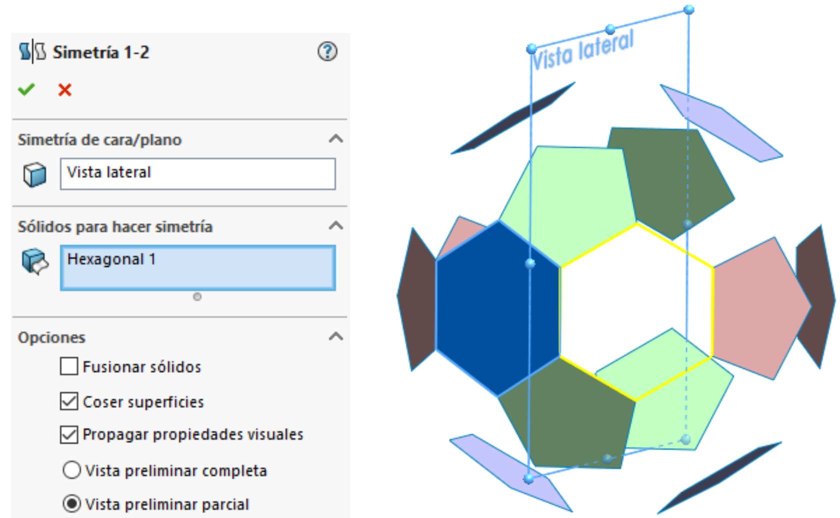
- √ Añada, mediante croquis 3D rellenos, los parches hexagonales



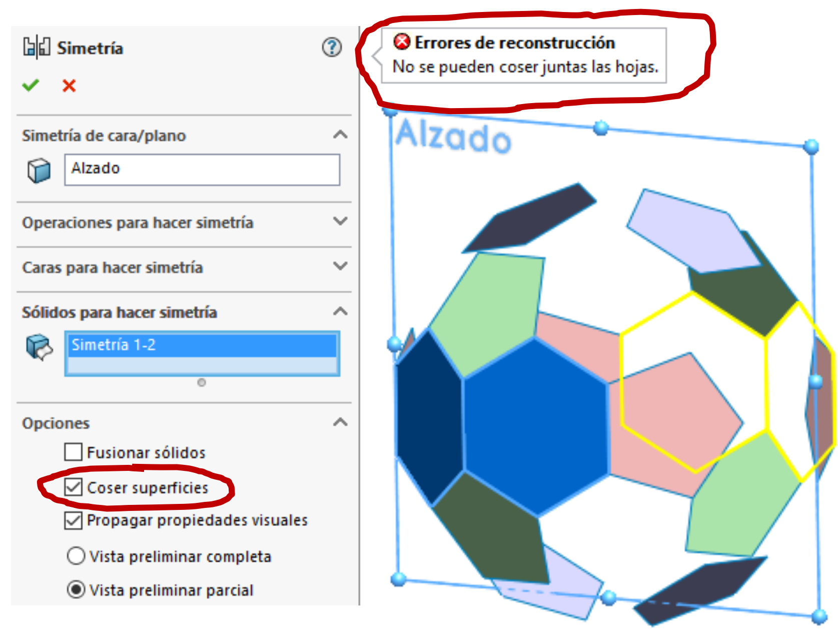


¡La ventaja de este método, es que se aprovecha la simetría!

¡También puede aplicar simetría o patrones para replicar las caras hexagonales!

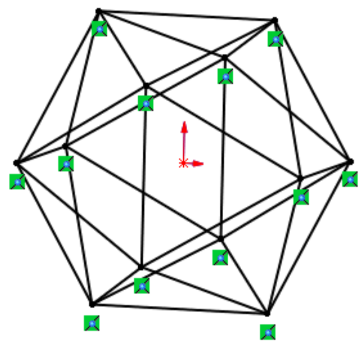


¡Pero los errores de redondeo de la simetría, pueden impedir que se puedan coser los parches resultantes



Otra alternativa es obtener el *modelo alámbrico* del icosaedro truncado, y añadir las caras al final

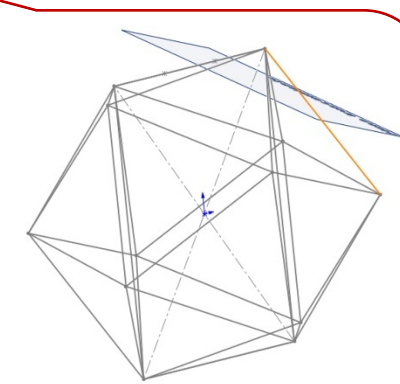
- √ Obtenga el icosaedro mediante un único croquis 3D construido a partir de la razón aurea



- √ Obtenga el truncamiento

¡No es fácil truncar segmentos de croquis 3D!

¡No reconoce planos datum como cuchillos de corte para los segmentos del croquis 3D!



- √ Rellene el modelo alámbrico con las caras

1. Las superficies complejas se pueden obtener mediante parches

2. Se necesita un conocimiento detallado de la geometría para obtener parches que encajen

3. Hay que elegir la alternativa de modelado que resulte más precisa

   Porque los errores geométricos pueden dar lugar a conjuntos de parches imposibles de coser para el motor geométrico del programa CAD

4. Es conveniente crear un esqueleto de construcciones auxiliares que faciliten la colocación espacial de los diferentes parches