

# 1.0.1

## RELACIONES GEOMÉTRICAS

# Definición

## Definición

Tipos

Alcance

Las *relaciones* (o *restricciones*) son **vínculos** entre elementos geométricos

Las *relaciones* entre elementos geométricos aparecen de forma explícita desde la axiomatización de la geometría euclídea desarrollada por Hilbert:

Concebimos los puntos, rectas y planos en ciertas relaciones recíprocas y expresamos esas relaciones con palabras tales como “estar situado”, “entre”, “congruente”, “paralelo”, “continuo”.



David Hilbert, ca. 1900.

Hilbert D. Fundamentos de la geometría. Textos Universitarios. Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Madrid, 1996.

Han adquirido nueva importancia con el *Modelado Basado en Restricciones*

# Tipos de relaciones: asociativas y métricas

Definición

Tipos

Asociativas

Métricas

Alcance

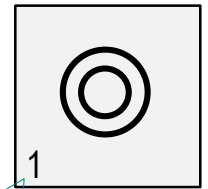
Se distinguen dos tipos principales de relaciones

✓ **Asociativas** (o *geométricas*), fijan una característica geométrica que vincula diferentes elementos

✓ No tienen una representación normalizada

✓ Se suelen representar mediante un símbolo ilustrativo encerrado en un cuadrado

Se repite el símbolo junto a cada elemento relacionado

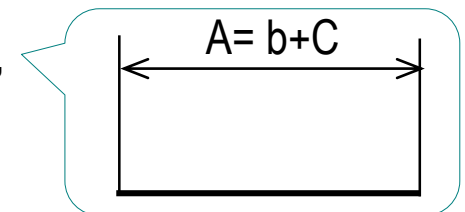


Se pueden numerar, para evitar confusiones

✓ **Métricas** (o *dimensionales*), fijan una medida o un parámetro de un elemento

✓ Se representan mediante cotas

✓ Se distingue entre **numéricas** y **algebraicas**, porque en las segundas la cifra de cota se reemplaza por un parámetro o una fórmula



# Tipos de relaciones: asociativas

Definición

Tipos

**Asociativas**

Métricas

Alcance

Se distinguen diferentes subtipos de relaciones asociativas:

✓ Pertenencia

Una figura pertenece a otra figura si todos los puntos de la primera son también puntos de la segunda

✓ Incidencia

Una figura incide en otra figura si algunos puntos de la primera son también puntos de la segunda

Los puntos comunes forman la **intersección**

✓ Ordenación

Incluyen la organización del dibujo y los **patrones**

# Tipos de relaciones: asociativas

Definición

Tipos

Asociativas

Métricas

Alcance

Las relaciones de **pertenencia** e **incidencia** entre elementos del plano dan lugar a:

✓ Posiciones relativas entre dos puntos:

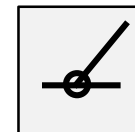
✓ Son **coincidentes** o idénticos si están en la misma posición



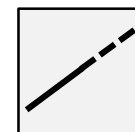
✓ Son **diferentes** si están situados en distinta posición

✓ Posiciones relativas entre dos rectas:

✓ Dos rectas que comparten un punto se **cortan**



✓ Dos rectas que comparten dos puntos son **colineales**, dado que necesariamente comparten todos sus puntos



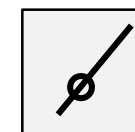
✓ Dos rectas que no comparten ningún punto en común se  **cruzan**

En el plano, solo pueden ser **paralelas**



✓ Posiciones relativas entre punto y recta:

✓ Un punto **pertenece** a una recta si coincide con un punto de ella



✓ Un punto es **exterior** a una recta si no coincide con ningún punto de ella

# Tipos de relaciones: asociativas

Definición

Tipos

Asociativas

Métricas

Alcance

En el espacio, se añaden las relaciones de los planos:

✓ Posiciones relativas entre dos planos:

✓ Son **paralelos** si no tienen ningún punto en común

✓ Se **cortan**, si tienen una recta común

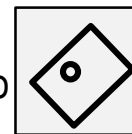
Se dice que forman ángulo



✓ Posiciones relativas entre punto y plano:

✓ Un punto **pertenece** a un plano si coincide con un punto del mismo

✓ Un punto es **exterior** a un plano si no coincide con ningún punto del mismo



✓ Posiciones relativas entre recta y plano:

✓ La recta es **exterior** al plano, cuando no tienen puntos en común

Se dice que la recta es paralela al plano

✓ La recta **corta** al plano cuando tiene un único punto en común

✓ La recta **pertenece** al plano cuando tiene dos puntos en común (en cuyo caso, toda la recta está contenida en el plano)



Debe notarse que no sería necesario utilizar un símbolo distinto para cada variante de pertenencia, ya que por el contexto se sabe si es punto/recta, punto/plano o recta/plano

# Tipos de relaciones: asociativas

Definición

Tipos

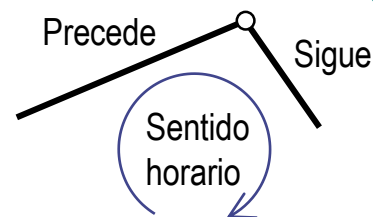
Asociativas

Métricas

Alcance

Las relaciones de **ordenación** más simples (precede, sigue, etc.) suelen estar implícitas en la organización del dibujo, resultante de las restricciones de pertenencia e incidencia

Por ejemplo, dos segmentos que compartan un vértice forman una poligonal abierta en la que un segmento sigue al otro



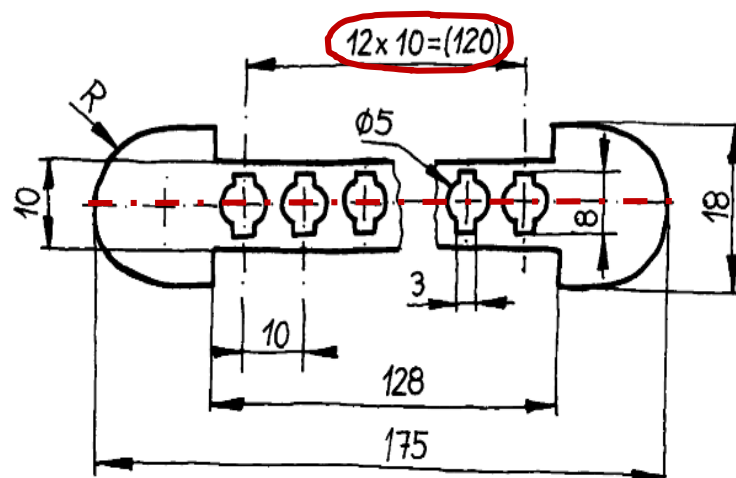
Las relaciones de ordenación más avanzadas son:

✓ Patrones

Un conjunto de elementos homogéneos están colocados siguiendo una distribución regular

✓ Simetrías

Parejas de elementos iguales están colocados en correspondencia de posición respecto a una referencia



# Tipos de relaciones: asociativas

Definición

Tipos

Asociativas

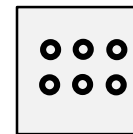
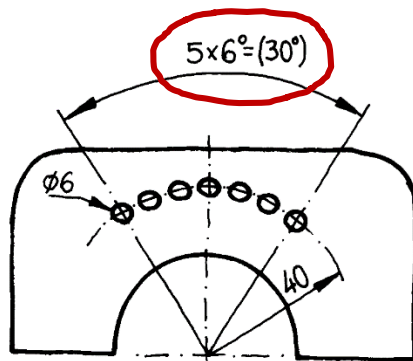
Métricas

Alcance

En los dibujos delineados con instrumentos tradicionales, los patrones se declaran mediante anotaciones que sustituyen a la cifra de cota



En los dibujos parametrizados, los patrones se declaran con un icono de patrón junto a los componentes



El símbolo suele ir acompañado de una leyenda con los parámetros del patrón



# Tipos de relaciones: asociativas

Definición

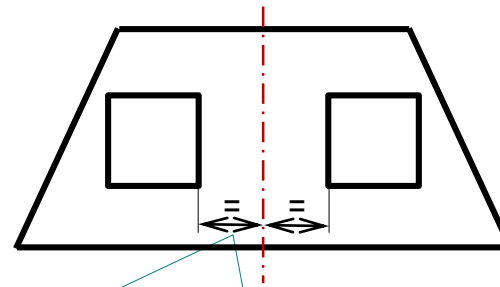
Tipos

Asociativas

Métricas

Alcance

La simetría bilateral se indica representando su eje mediante una línea de trazo y punto



El resto de simetrías se suelen tratar más como transformaciones que como relaciones

Se puede reforzar la indicación de simetría mediante cotas simétricas que reemplazan la cifra de cota por el signo "igual"

El "alcance" de una simetría es el conjunto de elementos a los que afecta:



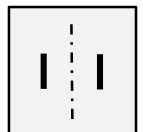
Las **simetrías completas** afectan a todos los elementos, por lo que nunca son ambiguas



Las **simetrías parciales** son desaconsejables en los *dibujos tradicionales*, porque no queda constancia explícita de su alcance



Veremos que el problema desaparece en los *dibujos paramétricos*, porque se marcan explícitamente todos los elementos implicados



# Tipos de relaciones: asociativas

Definición

Tipos

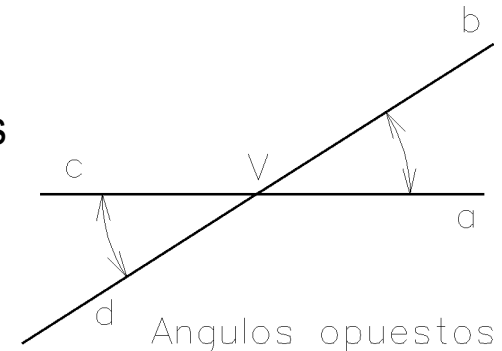
Asociativas

Métricas

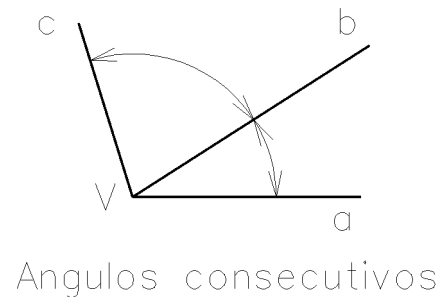
Alcance

Las relaciones de **asociación** más importantes entre ángulos son:

- ✓ Ángulos **opuestos** son los que tienen el vértice común y los lados de uno de ellos son la prolongación de los lados del otro



- ✓ Ángulos **consecutivos** (o adyacentes) son aquellos que tienen un lado y un vértice comunes



La relación de **ordenación** se obtiene si establecemos una relación de “preceder” o “seguir” entre ángulos consecutivos

# Tipos de relaciones: asociativas

Definición

Tipos

Asociativas

Métricas

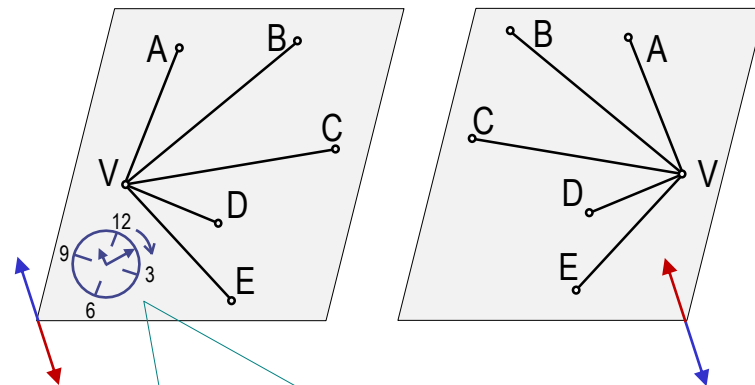
Alcance



Para ordenar elementos dentro de un plano, hay que dar sentido al plano:

Un **haz** de segmentos es un conjunto de segmentos con diferente orientación y un vértice común...

...los extremos del haz se recorren en el orden A, B, C,... para un **sentido**, y en orden contrario para el otro sentido



Para diferenciar ambos sentidos, se denomina "horario" el sentido en el que se mueven las agujas de un reloj, y "antihorario" el contrario

Quando se fija un sentido, se dice que el **plano** está **orientado**

O se selecciona un "lado"



Veremos que elegir el sentido correcto del plano es crítico cuando se usa el plano en un entorno tridimensional para dibujar figuras que luego se van a convertir en sólidos mediante procesos de barrido y se van a combinar con otros sólidos



Elegir el sentido equivocado para dibujar la figura inicial puede resultar en un sólido de barrido diferente al deseado

# Tipos de relaciones: métricas

Definición

Tipos

Asociativas

Métricas

Alcance

La geometría se dice **métrica** si incluye las relaciones cuantitativas

Aquellas que determinan la cantidad de veces que una magnitud está contenida en un elemento

Se denomina **magnitud** a la cualidad del elemento patrón que le hace igualable y sumable a otro elemento del mismo tipo:

✓ **Longitud** es la magnitud que permite comparar segmentos

Medir la longitud de un segmento es determinar el número de veces que un segmento unidad está contenido en el segmento dado

✓ **Amplitud** es la magnitud que permite comparar ángulos

Cada ángulo tiene asociado un único número real comprendido en un rango arbitrario (el más común es 0-180), al que llamaremos la medida del ángulo

✓ **Área** es la magnitud que permite comparar superficies

Se determina el número de veces que un cuadrado unidad puede estar albergado en el interior de una figura

# Tipos de relaciones: métricas

Definición

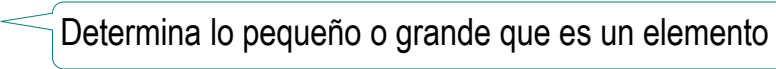

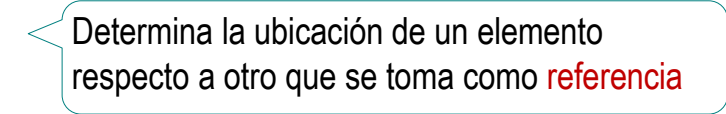
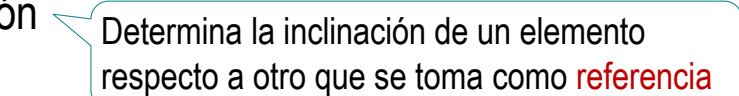
Tipos

Asociativas

**Métricas**

Alcance

Las **relaciones métricas** entre elementos permiten determinar:

- ✓ **Tamaño**  Determina lo pequeño o grande que es un elemento
- ✓ **Distancia**  Determina lo cerca o lejos que están dos elementos
- ✓ **Posición**  Determina la ubicación de un elemento respecto a otro que se toma como **referencia**
- ✓ **Orientación**  Determina la inclinación de un elemento respecto a otro que se toma como **referencia**

# Tipos de relaciones: métricas

Definición

Tipos

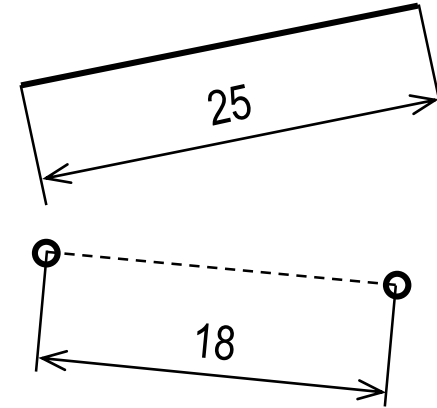
Asociativas

Métricas

Alcance

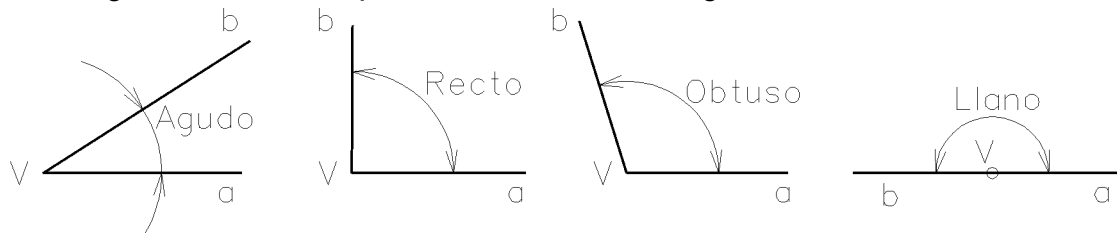
Los tamaños y distancias se representan mediante cotas:

- ✓ La longitud de un segmento determina su **tamaño**
- ✓ La **distancia** entre dos puntos también es la longitud del segmento que definen



Los ángulos se acotan con un tipo específico de cota, y se pueden clasificar según su tamaño:

- ✓ Los ángulos **rectos** son los que forman entre sí las rectas perpendiculares
- ✓ Los ángulos menores que los rectos se denominan **agudos**, y los mayores se denominan **obtusos**
- ✓ Un ángulo **llano** es el que determinan dos segmentos



# Tipos de relaciones: métricas

Definición

Tipos

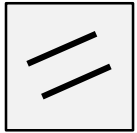
Asociativas

Métricas

Alcance

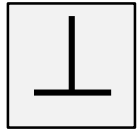
Hay orientaciones entre rectas que tienen importancia especial:

- ✓ Dos rectas se dicen **paralelas** cuando están contenidas en un mismo plano y no tienen ningún punto en común



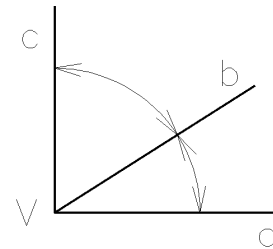
Alternativamente, dos rectas se dicen **paralelas** cuando tienen la misma dirección, mantienen la misma distancia, o forman un ángulo de cero grados ( $0^\circ$ )

- ✓ Dos rectas se dicen **perpendiculares** cuando están contenidas en un mismo plano y su intersección define dos ángulos adyacentes iguales

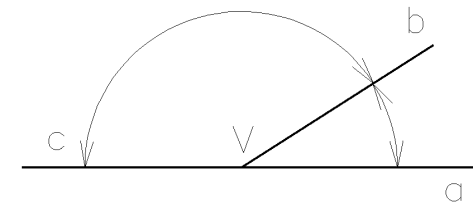


Alternativamente, dos rectas se dicen **perpendiculares** cuando forman un ángulo recto, de noventa grados sexagesimales ( $90^\circ$ )

- ✓ Los ángulos consecutivos se denominan **complementarios** cuando suman un ángulo recto ( $90^\circ$ ), y **suplementarios** cuando suman un ángulo llano ( $180^\circ$ )



Ángulos complementarios



Ángulos suplementarios

# Alcance: relaciones intrínsecas y extrínsecas

Definición

Tipos

**Alcance**

Intrínsecas

Extrínsecas

Podemos completar la clasificación asociativas/métricas distinguiendo los tipos de elementos que relacionan:

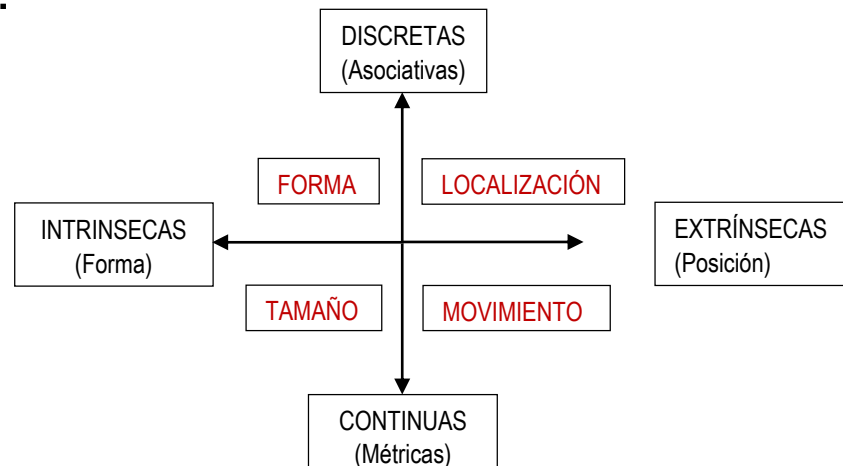
- ✓ **Intrínsecas**, cuando relacionan diferentes elementos de una figura

Determinan posiciones u orientaciones relativas

- ✓ **Extrínsecas**, cuando relacionan elementos de una figura con su **entorno**

Determinan posiciones u orientaciones absolutas

El resultado es que se pueden distinguir cuatro grandes tipos de relaciones:





# Alcance: relaciones extrínsecas

Definición

Tipos

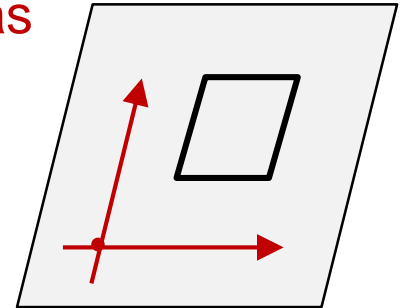
Alcance

Intrínsecas

Extrínsecas

Para fijar las relaciones que requieren una referencia extrínseca, se definen **sistemas de coordenadas**

Conjunto mínimo de **elementos de situación** que permite definir unívocamente la posición y orientación de cualquier elemento o figura



La **geometría analítica** postula que puede asignarse a cualquier punto en el espacio n-dimensional un conjunto de n números reales (denominados coordenadas), que definen unívocamente la posición de dicho punto

Recientemente, los sistemas de referencia están empezando a denominarse **sistemas de datums**

Un **Datum** es un punto, línea o plano que solo existe teóricamente, y que se utiliza para referenciar la geometría de un objeto

Debe notarse que un *datum* es diferente de una *característica datum* (**Datum Feature**), que es un vértice, arista o superficie *real* de un objeto, sobre la que se localiza un datum teórico

# Alcance: relaciones extrínsecas

Definición

Tipos

Alcance

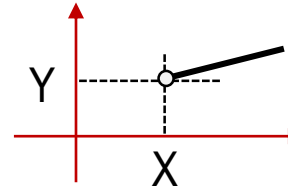
Intrínsecas

Extrínsecas

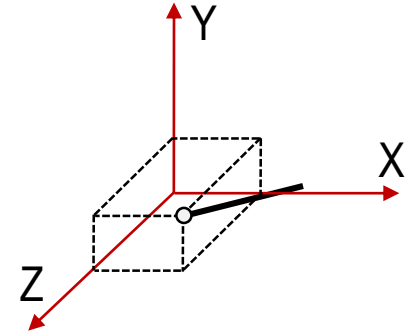


Un elemento está **posicionado** cuando se fija un punto del mismo

- ✓ En el plano, dos coordenadas de su punto fijo definen la localización del elemento

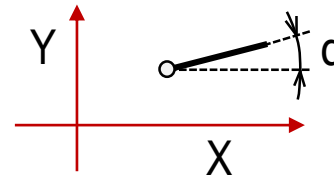


- ✓ En el espacio tridimensional necesitamos tres coordenadas para fijar la localización

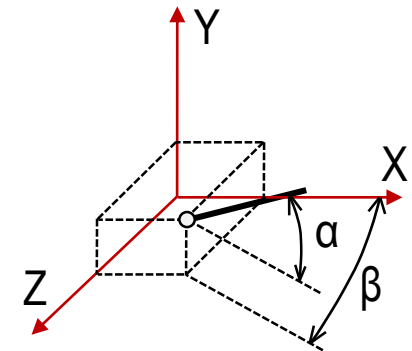


Un elemento está **orientado** cuando se fijan todas las posibles rotaciones del mismo

- ✓ En el plano, un solo ángulo alrededor de un eje perpendicular al punto fijo define la orientación



- ✓ En el espacio tridimensional necesitamos dos ángulos para fijar la orientación de una recta



Se necesitan tres ángulos cuando el elemento o figura tiene la posibilidad de rotar sobre sí mismo

Cabe notar que se utilizan diferentes triadas, en función del tipo de aplicación:

Ángulos extrínsecos (ángulos de Euler)

Ángulos intrínsecos (cabeceo, alabeo y guiñada)

Ángulos mixtos (precesión, nutación y rotación)

# Alcance: relaciones extrínsecas

Definición

Tipos

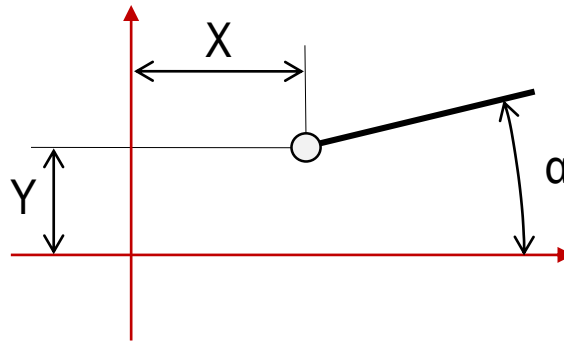
Alcance

Intrínsecas

Extrínsecas

En las aplicaciones CAD, la **posición** y la **orientación** se indican mediante cotas

Es recomendable separar claramente las cotas de posición/orientación de las de tamaño y distancia

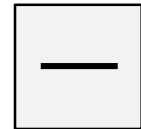


Las relaciones entre los elementos geométricos y los sistemas de referencia replican la percepción humana

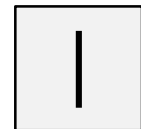


Por tanto, las **relaciones métricas extrínsecas** principales se definen teniendo en cuenta la orientación humana

√ Una recta se dice *horizontal* si tiene la misma dirección que el eje “horizontal” del sistema de referencia



√ Una recta se dice *vertical* si tiene la misma dirección que el eje “vertical” del sistema de referencia



# Alcance: relaciones extrínsecas

Definición

Tipos

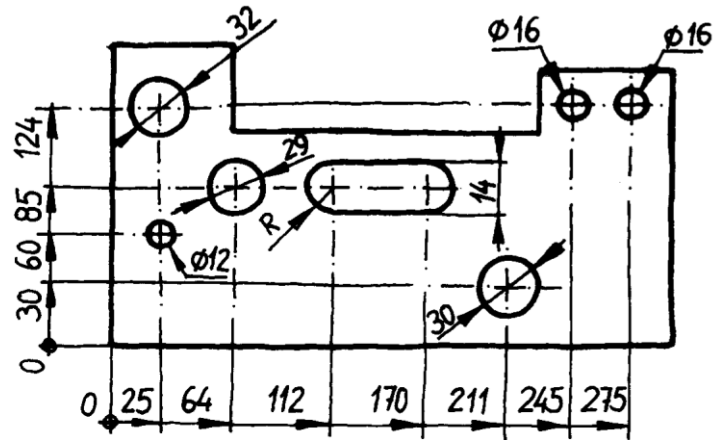
**Alcance**

Intrínsecas

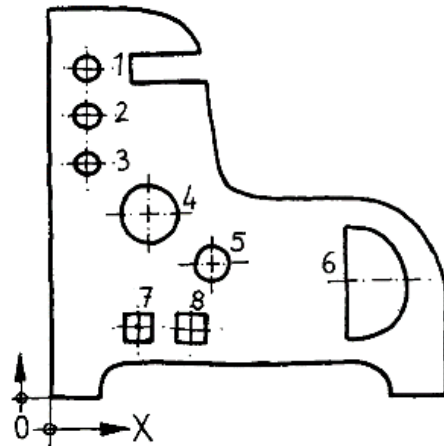
**Extrínsecas**

En dibujo con instrumentos tradicionales existe una metodología específica de acotación mediante coordenadas para posicionar y orientar elementos:

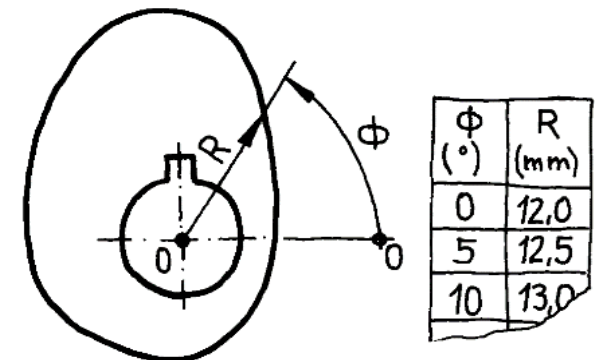
- ✓ En la versión más simple se usan cotas en paralelo superpuestas



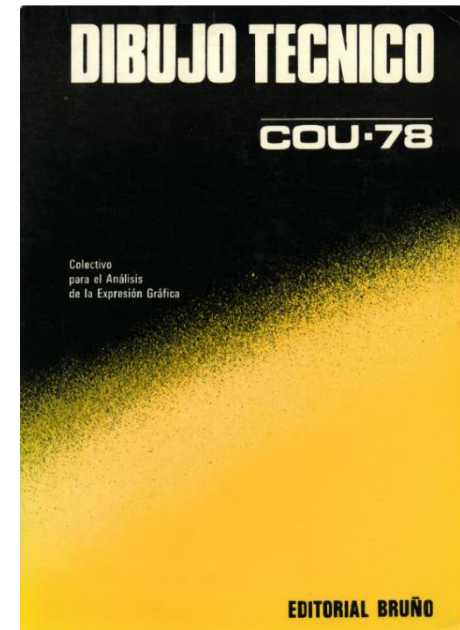
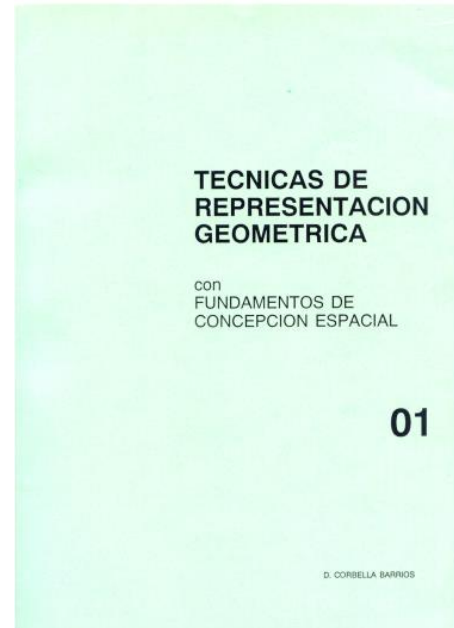
- ✓ En la versión más completa, se marcan los ejes de coordenadas y el origen, y se indican las posiciones mediante una tabla de coordenadas



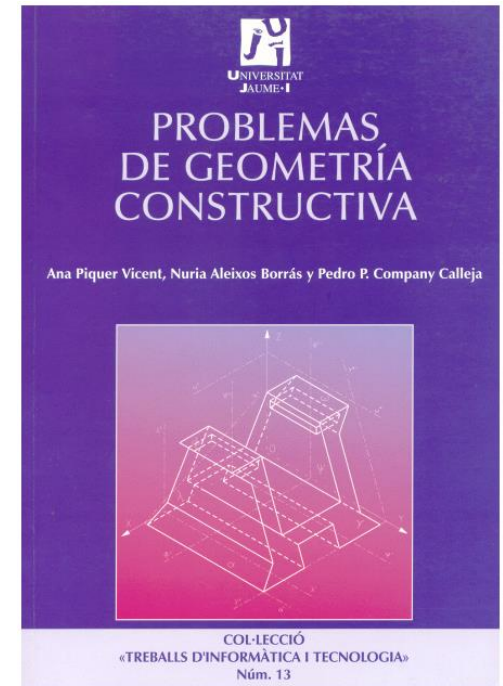
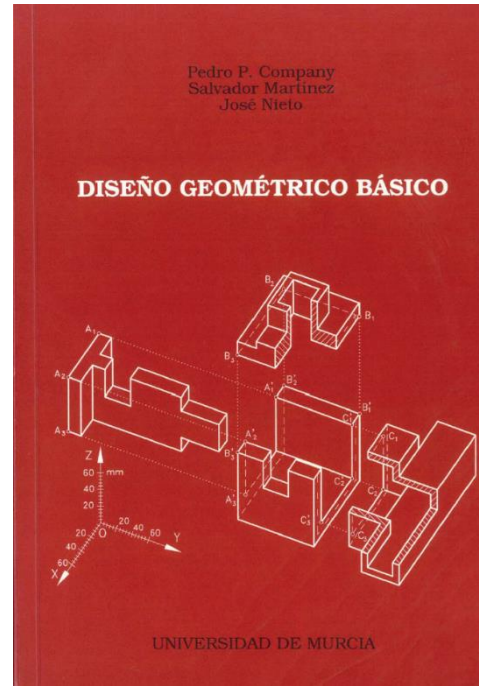
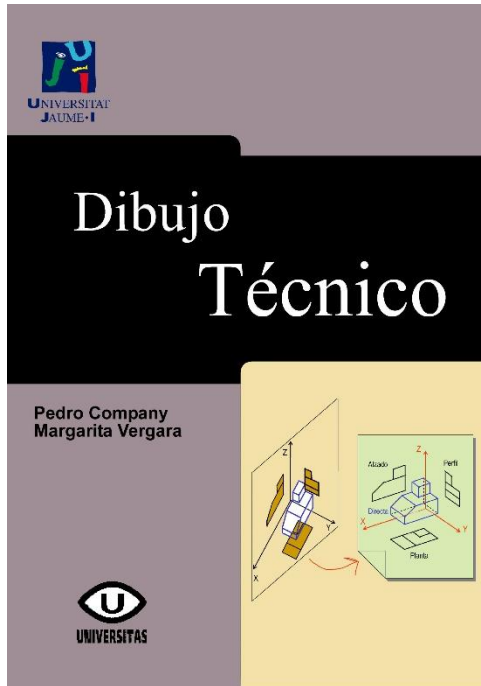
Nº	POSICION		DIMENSIONES
	X	Y	
1	24	180	φ 15
2	24	150	φ 15
3	24	130	φ 15
4	50	105	φ 30
5	85	75	φ 20
6	155	60	φ 60
7	45	40	□ 20
8	70	40	□ 20



# Para repasar



# Para repasar



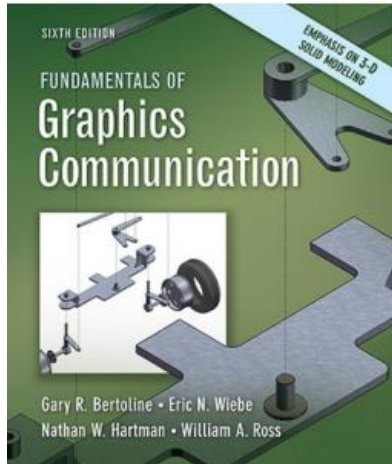
Disponible en:  
<http://hdl.handle.net/10234/149987>

# Para aprender más

Cualquier buen libro de Geometría Descriptiva

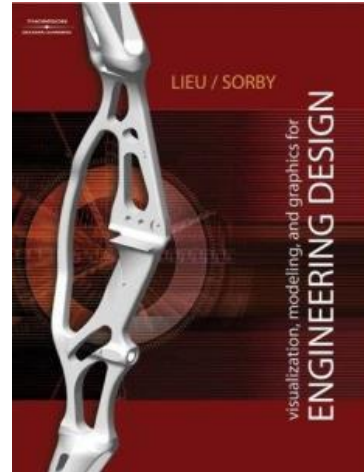


# Para aprender más



Chapter 3:  
Engineering  
Geometry

Section 3.8  
Constraining  
Profile Geometry  
for 3-D

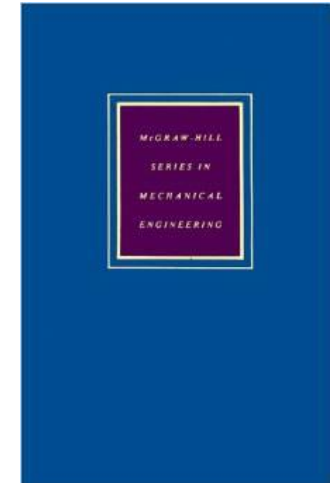


Chapter 6: Solid  
Modeling

Section 6.04  
Making it Precise



3. Strategie di  
modellazione



Ibrahim Zeid  
CAD/CAM Theory and  
Practice  
McGraw-Hill, 1991

Part II. Geometric  
Modeling