1.7.1
CURVAS ANALÍTICAS

las curvas analíticas son aquellas que quedan completamente determinadas por las condiciones funcionales

¡No se puede cambiar ningún parámetro sin que la curva resultante deje de cumplir algún requisito!

Las curvas analíticas son las que se han utilizado tradicionalmente en diseño industrial, porque:

- √ Aportan geometrías con comportamiento contrastado
- √ Se pueden replicar fácilmente con instrumentos de dibujo

Hay dos tipos de curvas analíticas de uso muy frecuente en las aplicaciones CAD:

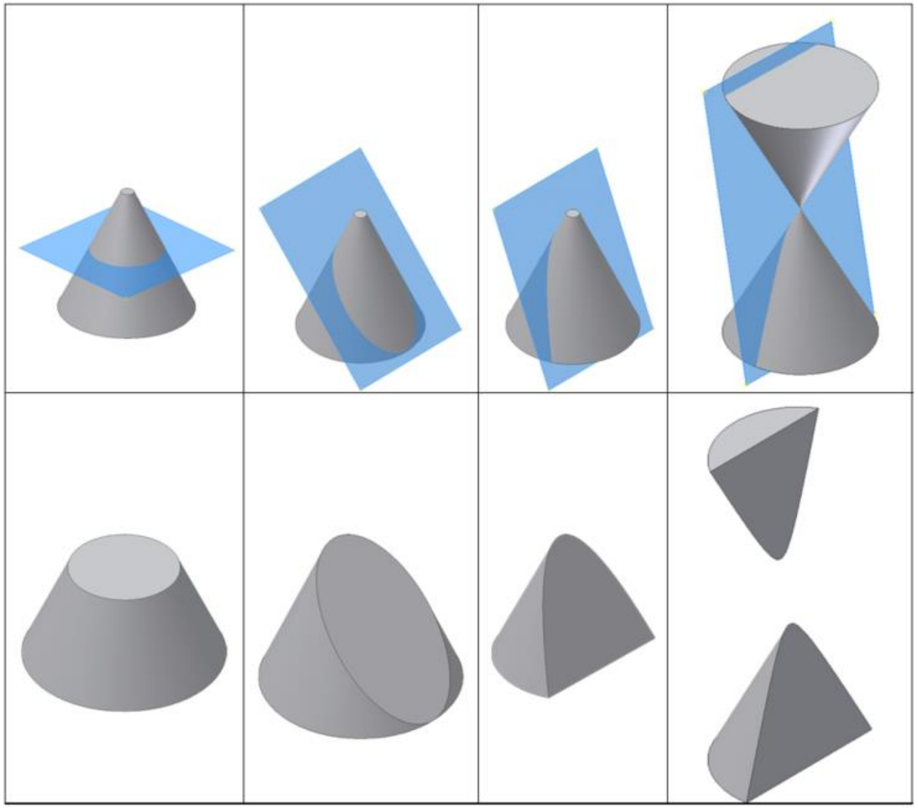
- √ Curvas cónicas
- √ Hélices

Curvas cónicas

Las curvas cónicas son un tipo particular de curvas cuádricas, que son aquellas cuya formulación algebraica son ecuaciones de segundo grado:

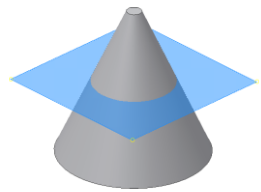
$$ax^2 + bx + c = 0 \quad / \, a \neq 0$$

Las curvas cónicas, se denominan así porque se obtienen por intersección de un plano y una superficie cónica completa de revolución



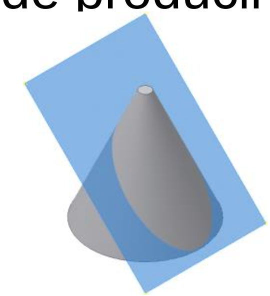
Curvas cónicas: tipos

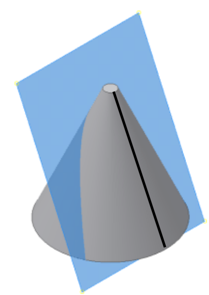
Si el plano, es perpendicular al eje el corte produce circunferencias

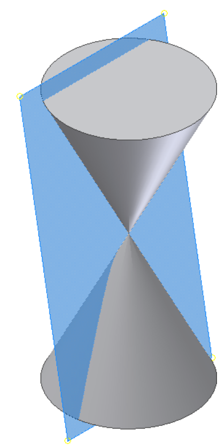


En caso contrario el corte puede producir tres tipos de curvas:

- √ Se produce una elipse si el plano corta a todas las generatrices
- √ Se produce una parábola si el plano es paralelo a una generatriz
- √ Se produce una hipérbola si el plano es paralelo a dos generatrices







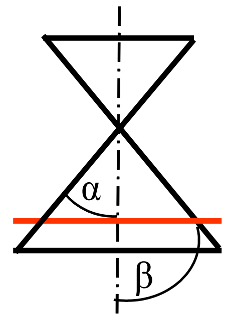
Un plano que secciona a un cilindro siempre produce circunferencias o elipses

Curvas cónicas: tipos

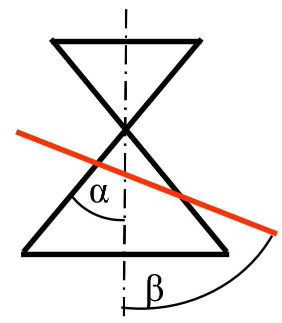
Introducción
Cónicas
Tipos
Parámetros
Elem. definitorios
Elipse
Hipérbola
Parábola
Tangentes
Hélices

Si α es el ángulo de las generatrices con el eje, y β el ángulo del plano con el eje, la relación entre ambos ángulos sirve para distinguir los tres tipos de cónicas:

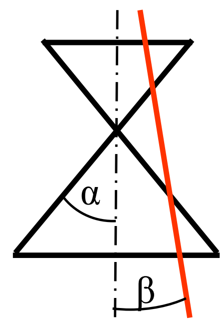
- Si β= 90°, se produce una CIRCUNFERENCIA



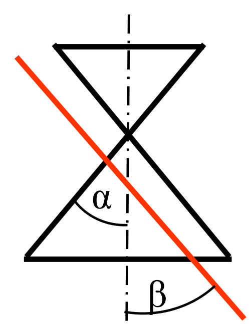
- Si α < β, se produce una ELIPSE



- Si α > β, se produce una HIPÉRBOLA



- Si α = β, se produce una PARÁBOLA



Curvas cónicas: parámetros

Al cociente entre el coseno de β y el coseno de α se le denomina excentricidad:

$$\varepsilon = \cos\beta / \cos\alpha$$

Por ello, también se puede definir:

- √ Elipse es la cónica con excentricidad menor que 1
- √ Parábola es la cónica con excentricidad 1
- √ Hipérbola es la cónica con excentricidad mayor que 1

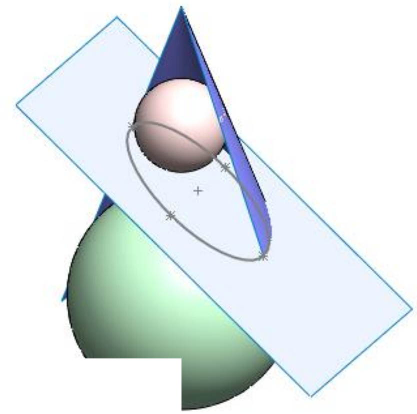
La excentricidad mide si la forma de la cónica es redondeada o se aproxima a un segmento

En el caso de la elipse, la excentricidad se puede determinar comparando las longitudes de los semiejes:

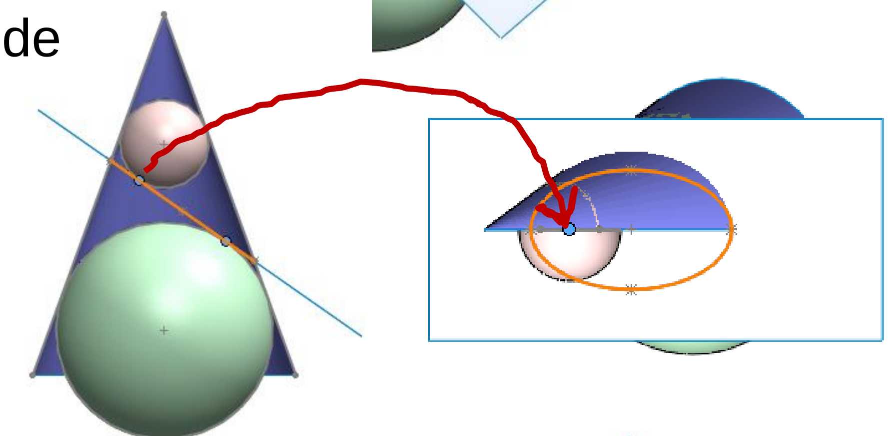
$$\varepsilon = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$ (a ≡ semieje focal, b ≡ semieje no focal)

Cruvas cónicas: elementos definitorios

Se pueden inscribir esferas tangentes a la superficie cónica y al plano seccionador

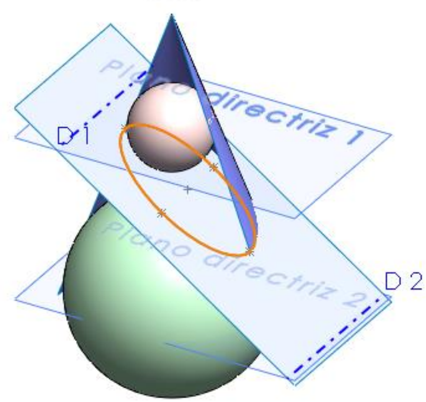


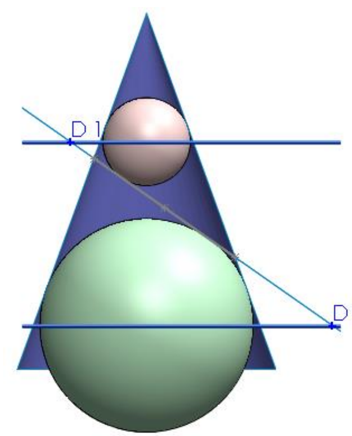
Como resultado, se obtienen los elementos definitorios de las cónicas:



- √ Los puntos de contacto de las esferas con el plano son los focos de la curva cónica

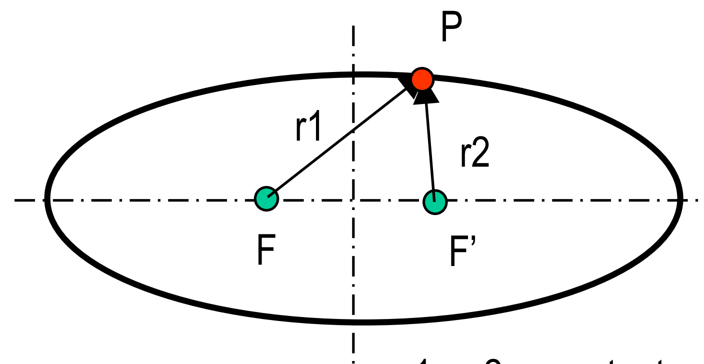
- √ Las intersecciones entre los planos diametrales de las esferas y el plano seccionador son las directrices de las cónicas





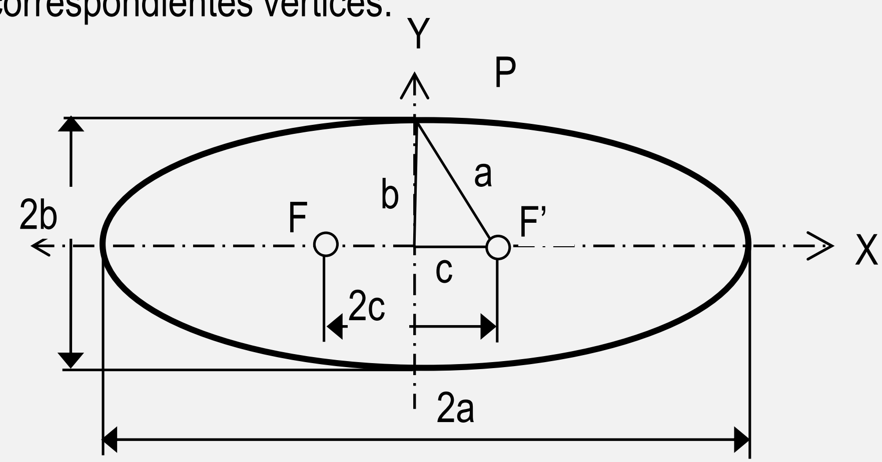
Curvas cónicas: elipse

La elipse es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a los focos es constante



r1 + r2= constante

Otros parámetros relacionados son el eje focal y el eje no focal, con sus correspondientes vértices:



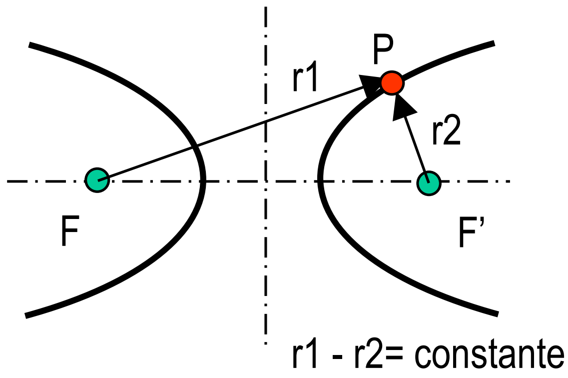
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$b^2 + c^2 = a^2$$

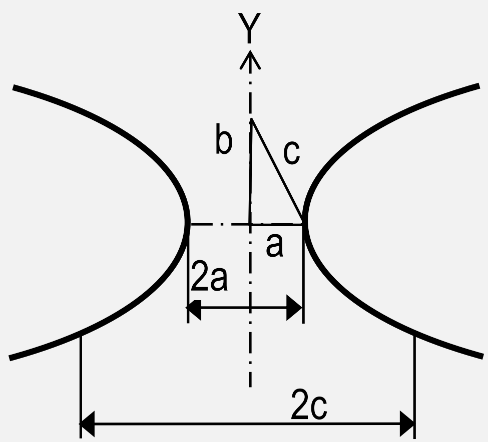
$$\varepsilon = \frac{c}{a}$$

Curvas cónicas: hipérbola

La hipérbola es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya resta de distancias a los focos es constante



Otros parámetros relacionados son el eje focal y el eje no focal, junto con los vértices del eje focal:

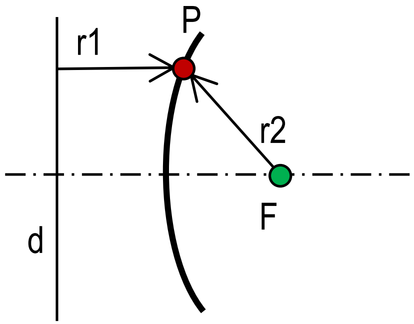


$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

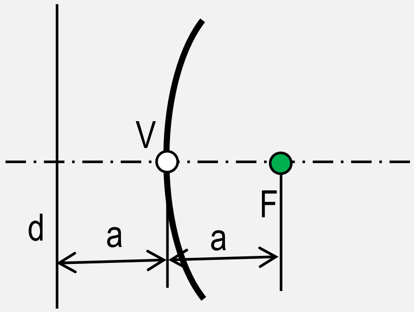
$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\varepsilon = \frac{c}{a}$$

La parábola es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan del foco y la directriz



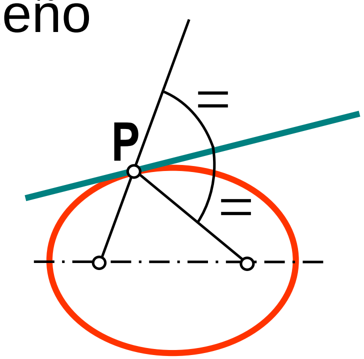
Otros parámetros relacionados son el eje focal y el vértice



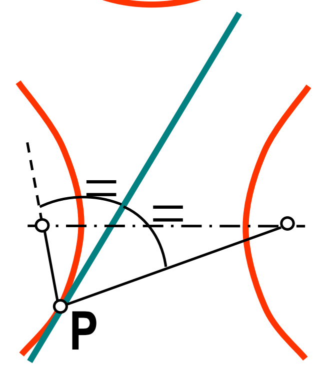
Curvas cónicas: tangentes

Las rectas tangentes a las cónicas tienen una propiedad que las hace especialmente útiles para el diseño geométrico:

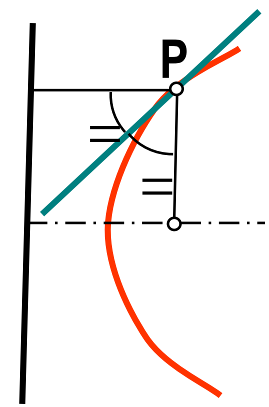
- La tangente en un punto P a la elipse es bisectriz del ángulo que forman un radio vector y la prolongación del otro



- La tangente en un punto P a la hipérbola es bisectriz del ángulo que forman los dos radios vectores



- La tangente en un punto P a la parábola es bisectriz del ángulo que forman el radio vector y la perpendicular por P a la directriz (paralela al eje)



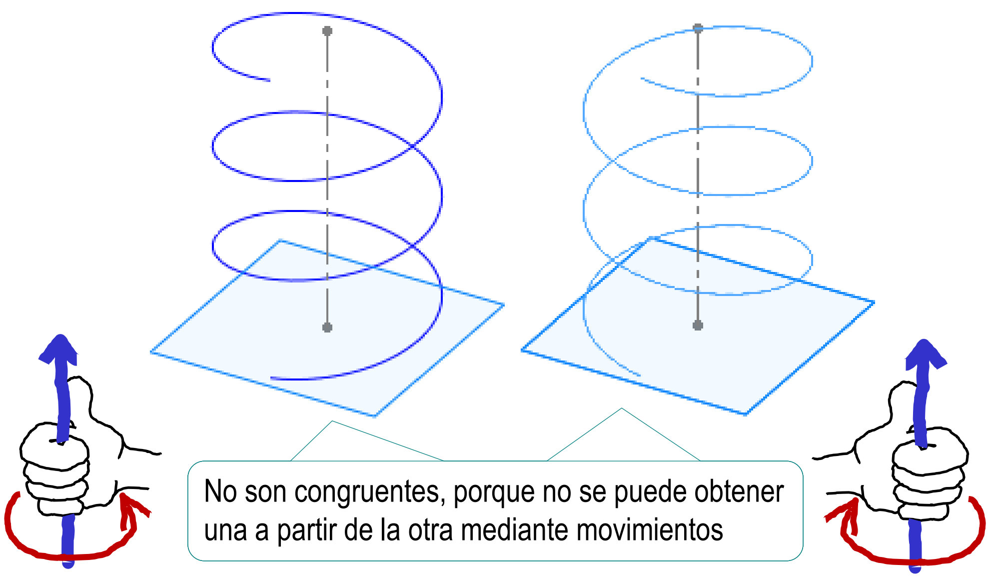
Hélices

Una hélice geométrica es una curva alabeada (curva 3D) descrita por un punto sujeto a dos movimientos uniformes simultáneos:

- √ Traslación en la dirección de un eje
- √ Rotación alrededor del mismo eje

Se dice que las hélices se "enrollan" alrededor de su eje

Las hélices se definen como dextrógiras o levógiras, dado que el punto que se desplaza por una hélice puede girar alrededor de su eje en dos sentidos



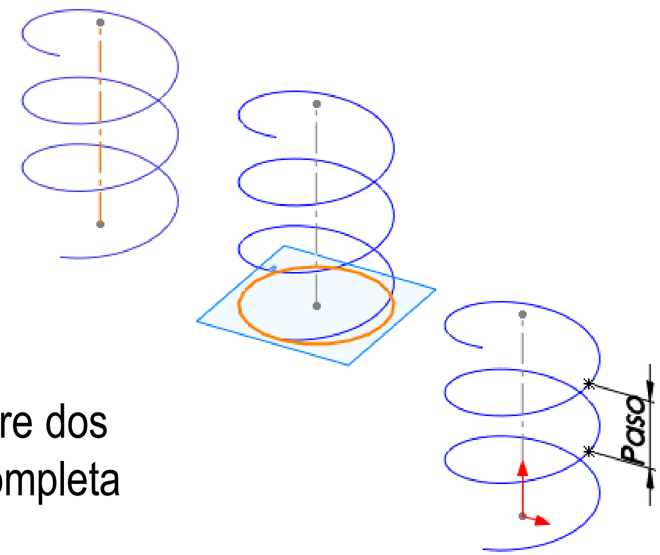
Hélices

Los parámetros que definen una hélice son:

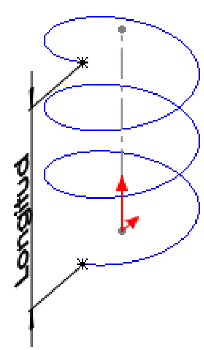
√ Eje (e), que es la recta alrededor de la que gira el punto que se desplaza por la hélice

√ Radio de la hélice (r), que es la distancia desde el eje a cualquier punto de la hélice

√ Paso de la hélice (p), que es la distancia entre dos puntos de la hélice separados una vuelva completa

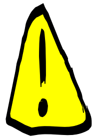


√ Longitud de la hélice, que puede indicarse como la distancia entre su punto inicial y final medida en la dirección del eje, o puede indicarse como número de vueltas o espiras



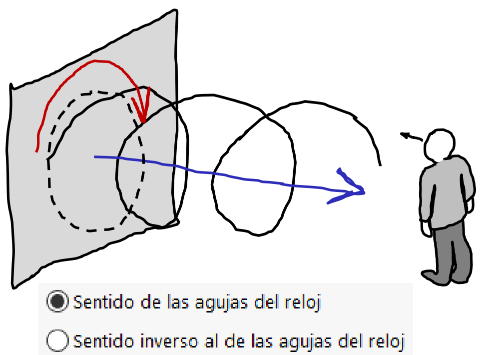
Espira es el arco de hélice comprendido entre dos puntos separados una vuelta

Hélices



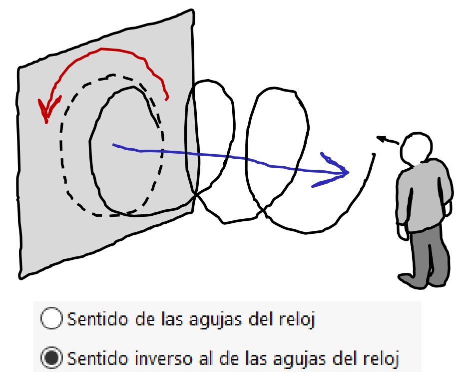
Observe que el sentido de giro de las hélices de SolidWorks depende del sentido de rotación en la circunferencia del plano base:

La hélice de la figura se obtiene girando en la circunferencia base en sentido horario…



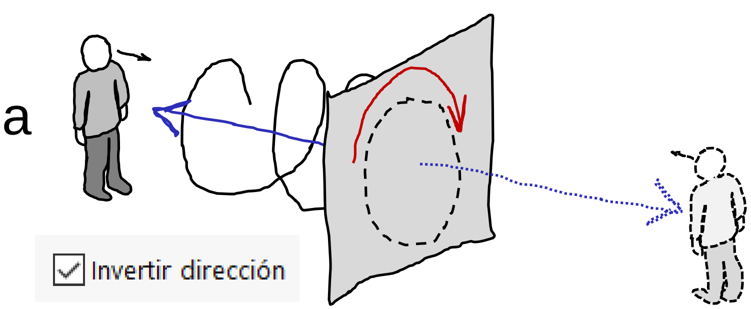
…aunque es una hélice levógira

La hélice de la figura se obtiene girando en la circunferencia base en sentido antihorario…



…y es una hélice dextrógira

Además, utilizar la opción de Invertir dirección no solo cambia el sentido de desplazamiento, también el de rotación



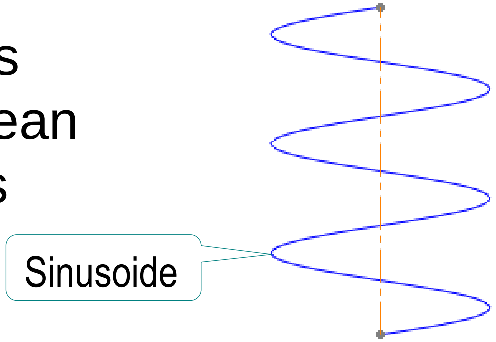
Hélices

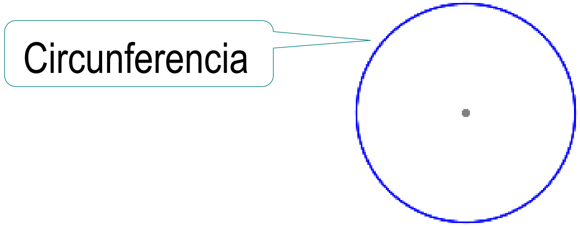
En coordenadas cartesianas, la formulación matemática de una hélice incluye funciones trigonométricas

Por ejemplo, una hélice con eje paralelo al eje Z es como sigue:

$$\begin{cases} x(t)= x_o + r * \text{coseno } (t) \\ y(t)= y_o + r * \text{seno } (t) \\ z(t)= p/2\pi * t \\ t \in (t_0, t_1) \end{cases}$$

Lo que explica que las vistas ortográficas de una hélice sean sinusoides o circunferencias



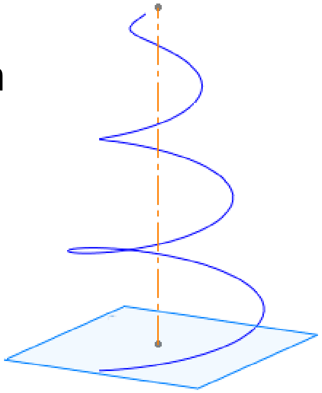


Hélices

Existen otras variantes de hélice:

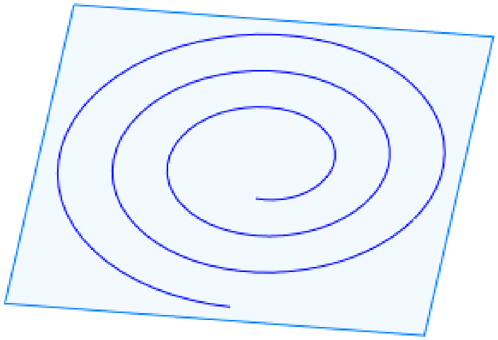
- Hélices con radio variable

La hélice cónica es el caso particular en el que el radio varía linealmente



- Hélices con paso variable

La hélice con paso nulo y radio variable se convierte en una espiral

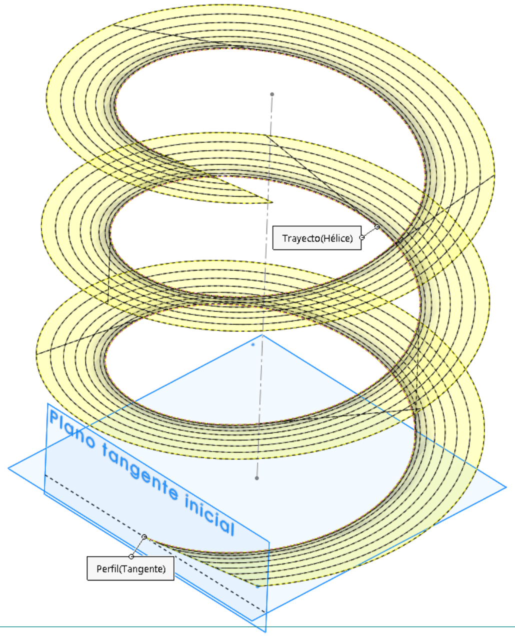


Hélices

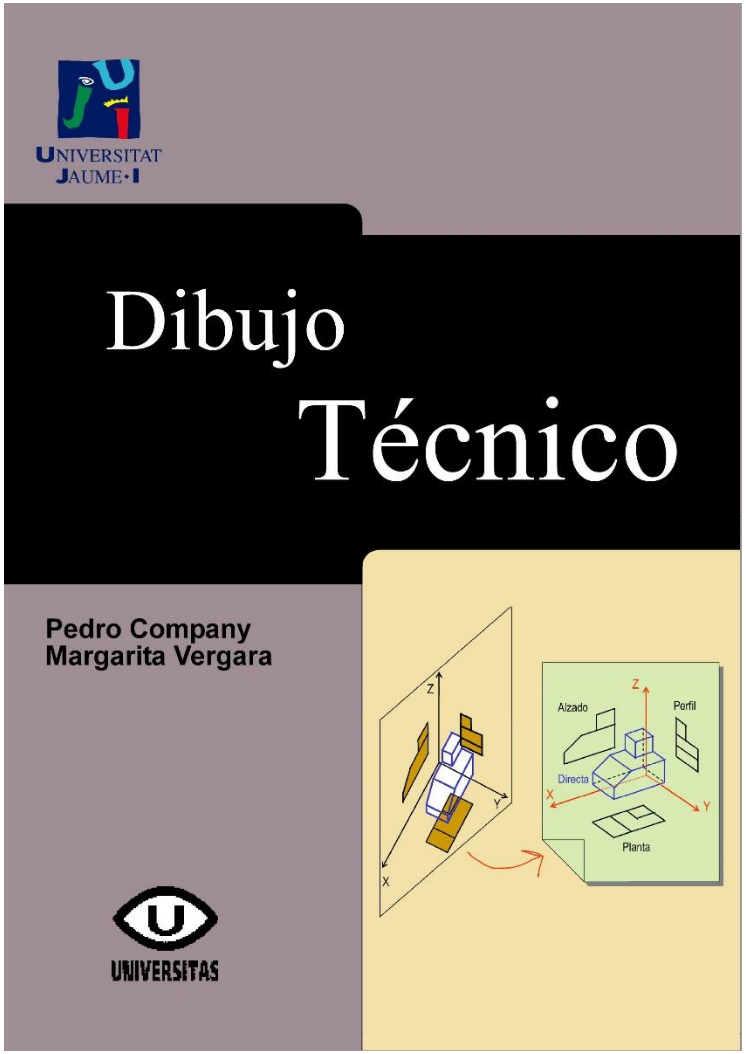
Veremos que existen superficies generadas a partir de hélices

Una propiedad de las hélices geométricas es que sus tangentes forman un ángulo constante (α) con una línea fija denominada eje, siguiendo una dirección fija en el espacio

Por ello, el conjunto de todas las tangentes a la hélice constituyen una superficie que se denomina helicoide desarrollable



Para repasar



Para estudiar los fundamentos geométricos